



UNIVERSIDAD AGRARIA DE LA HABANA
"Fructuoso Rodríguez Pérez"

INSTITUTO DE CIENCIA ANIMAL



Modelación de la dinámica de crecimiento de clones de la especie
***Cenchrus purpureus* en la época lluviosa**

Tesis presentada en opción al título de Master en Biomatemática

Autor: Ing. Alejandro Mejías Caba

Mayabeque, 2019



UNIVERSIDAD AGRARIA DE LA HABANA
"Fructuoso Rodríguez Pérez"

INSTITUTO DE CIENCIA ANIMAL



Modelación de la dinámica de crecimiento de clones de la especie
***Cenchrus purpureus* en la época lluviosa**

Tesis presentada en opción al título de Master en Biomatemática

Autor: Ing. Alejandro Mejías Caba

Tutores: Dra. C Magaly Herrera Villafranca

Dra. C Lucía Fernández Chuairey

Colaboradora: Dra. C Dayleni Fortes González

Mayabeque, 2019

Pensamiento

....." El único camino abierto a la prosperidad constante y fácil, es el de conocer, el de investigar infatigablemente la naturaleza".

José Martí

Agradecimientos

A mis tutores la Dra. C. Lucia Fernández Chuairoy, Dra. C. Magaly Herrera Villafranca y a la Dra. C. Dayleni Fortes González por su dedicación, consejos y conocimientos aportados.

A mi mujer Analeivys por el apoyo que me brindo y por cuidar de los niños y la casa para que pudiera centrarme en la realización de la tesis.

A mis padres Niomara y Raúl quienes siempre han compartido conmigo las alegrías y los sinsabores de la vida brindándome sus consejos y su apoyo incondicional.

A mis compañeros de trabajo por su ayuda en todo momento: Lucia, Yolaine, Alejandro, Mildrey, Sarai, Verena y Yaneilys.

Al colectivo de profesores de la maestría los cuales nos brindaron sus conocimientos y paciencia para poder realizar este trabajo.

Al Instituto de Ciencia Animal (ICA) por su particular atención en mi formación, orientación y desarrollo profesional.

A todas aquellas personas que de una forma u otra han contribuido con mi formación profesional y personal.

A todos. Muchas Gracias

Dedicatoria

A mis hijos,

Cuya presencia me motiva a ser cada día una mejor persona

A mis padres,

Por su inspiración y guía

A Analeivys,

Por su amor y comprensión

A mis hermanos Lida, Abdel y Albert,

Por su apoyo incondicional

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1: MARCO TEÓRICO Y METODOLÓGICO SOBRE LA MODELACIÓN DEL CRECIMIENTO DEL <i>Cenchrus purpureus</i> Y DEL DESARROLLO DE NUEVAS VARIEDADES DE LA ESPECIE.....	4
I.1. Modelación Estadístico-Matemático en procesos Agropecuarios	4
I.1.1 Modelación Matemática. Fundamentos teóricos.....	4
I.1.2 Modelos de regresión. Métodos de estimación y bondad de ajuste	6
I.1.3 Modelos matemáticos con mayor aplicación en el sector agropecuario en Cuba.	10
I.2. Modelación estadístico matemático aplicado a estudios de crecimiento de pastos	12
I.2.1 Descripción del crecimiento en pastos. Principales ecuaciones asociadas a su estudio.	12
I.2.2 Aplicaciones prácticas de los modelos relacionados con las funciones de crecimiento de los pastos	14
I.3. El género <i>Cenchrus</i>	16
I.3.1 Características agronómicas y morfo fisiológicas	16
I.3.2 Desarrollo de nuevas variedades	17
I.3.3 Factores que influyen en la producción de biomasa.....	19
CAPÍTULO II: MATERIALES Y MÉTODOS EMPLEADOS EN LA MODELACIÓN DE INDICADORES DEL CRECIMIENTO DE LOS CLONES CT-3 Y CT-26 (<i>Cenchrus purpureus</i>).....	24
II.1 Introducción.....	24
II.2 Materiales y Métodos	24
II.2.1 Metodología experimental.....	24
II.2.2 Análisis matemático	25
CAPÍTULO III: RESULTADOS Y DISCUSIÓN DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA DE LA ALTURA Y EL RMS DE LOS CLONES CT-3 Y CT-26 (<i>Cenchrus purpureus</i>).....	31
III.1 Resultados de la estadística descriptiva	31

III.2 Modelación de la altura de clones de <i>Cenchrus purpureus</i> con respecto a la edad	34
III.3 Modelación del rendimiento de la materia seca de clones de <i>Cenchrus purpureus</i> con respecto a la edad.....	39
CONCLUSIONES	51
RECOMENDACIONES	52
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	

RESUMEN

El presente trabajo de tesis tuvo como objetivo modelar el comportamiento de la altura y el rendimiento de materia seca de clones de la especie *Cenchrus purpureus* que contribuya a su caracterización y a la toma de decisiones. Para ello se utilizó la información de experimentos realizados en el Instituto de Ciencia Animal con clones de la especie *Cenchrus purpureus* en el departamento de Pastos y forrajes. Se encontró que para el clon CT-3 el modelo Gompertz fue el que mejor ajustó la relación de la altura y el rendimiento de materia seca. Por su parte para el clon CT-26 el modelo Logístico fue el que mejor explicó esta relación. En todos los casos los modelos seleccionados mostraron elevados coeficientes de determinación y coeficiente de determinación ajustado así como pequeños errores de estimación. Se obtuvo para las dos variables, la edad de los clones en la cual su curva de crecimiento cambia su concavidad (punto de inflexión) y el valor óptimo de la cosecha. Este último se tomó cuando se obtuvo el mayor valor del incremento medio diario para el rendimiento de materia seca. Los resultados obtenidos demostraron la influencia que tiene la edad sobre la altura y el rendimiento de materia seca. Los mismos brindan información importante para la toma de decisiones por parte de productores e investigadores.

Palabras claves: modelación, rendimiento de materia seca, altura, Gompertz y Logístico

INTRODUCCIÓN

En la actualidad la modelación estadístico-matemática ha tomado un carácter de método científico general, siendo esta beneficiada por el acelerado desarrollo de la Matemática, la Cibernética y el enfoque sistémico en la investigación científica. De ahí que se pueda asegurar que la modelación cuenta con los respaldos metodológicos y tecnológicos que le dan una gran viabilidad, como un área de desarrollo de la matemática aplicada (Vázquez, 2012).

En ese sentido esta herramienta matemática ha sido ampliamente utilizada para resolver problemas concretos de las diferentes áreas científicas y constituye la base de la formulación teórica, de la inferencia y muchos de los métodos estadísticos (Ortiz, 2000). La modelación matemática se ha incluido en los campos del saber humano (Torres y Ortiz, 2005) lo que le permite al hombre ampliar el conocimiento sobre el medio que lo rodea, por la posibilidad de expresar matemáticamente las relaciones entre los fenómenos que lo afectan (Jay, 2012).

En el campo agropecuario la modelación estadístico-matemática ha sido ampliamente utilizada (Torres y Cobo, 2015). Sin embargo la cantidad de investigaciones relacionadas con el comportamiento de cultivos para la producción agrícola general es mayor que los que se enfocan en la producción de pastos (Torres y Ortiz, 2005) (Rodríguez, *et al.*, 2015) pese a que en países del trópico y subtrópico la producción ganadera basada en los pastos como principal fuente de alimentación ofrece enormes posibilidades.

En Cuba se desarrollan numerosas investigaciones encaminadas a la producción de diversas especies y variedades de pastos con hábitos de crecimiento rastrero o erecto. Estos estudios se realizan con el objetivo de buscar métodos cuantitativos que permitan la interpretación de los principales factores que afectan su producción (Ramírez, *et al.*, 2008), y de esta forma desarrollar acciones que conlleven a maximizar las producciones sin alterar la sostenibilidad de los sistemas en el tiempo (Rodríguez, *et al.*, 2010). Es por ello que se ha mantenido el

programa de introducción de nuevas especies y variedades de mayor rendimiento y calidad.

Por otra parte, se han realizado y se realizan grandes esfuerzos en la obtención de variedades de alta producción de biomasa que se adapten a las variadas condiciones que imperan en Cuba. Los resultados más relevantes están en el campo de las investigaciones relacionadas con la obtención, por cultivo de tejidos, de variedades de *Cenchrus purpureus* a partir del king grass como progenitor (Díaz, 2010). Entre estas nuevas variedades se pueden mencionar el CT-115, el CT-169 y clones como el CT-3 y el CT-26 obtenidos en el Instituto de Ciencias Animal.

Conocer el comportamiento productivo de los clones CT-3 y CT-26 permitirá diseñar estrategias de manejo para alcanzar un mejor aprovechamiento de estos cultivos en la alimentación animal, sin embargo son escasas las investigaciones que evalúan los factores que influyen en su crecimiento y desarrollo. La obtención de nuevos datos mediante la experimentación agronómica es un proceso costoso (Jones, *et al.*, 2003), de ahí que los modelos matemáticos surgen como alternativa para dar respuesta a esta situación. Los mismos podrán predecir su comportamiento temporal en diferentes condiciones (Thornley y France, 2007) y apoyar así la toma de decisiones por parte de los productores y empresas agropecuarias. Es por esto que la presente investigación tiene como:

Problema Científico

En la producción de biomasa de los clones CT-3 y CT-26 de la especie *Cenchrus purpureus*, no se cuenta con criterios que describan su comportamiento y permitan trazar estrategias de manejo para el desarrollo de estos cultivos.

Hipótesis

La modelación de la dinámica de crecimiento de los clones de *Cenchrus purpureus* CT-3 y CT-26 constituye una vía eficiente para conocer su

comportamiento productivo y diseñar estrategias de manejo que permitan el desarrollo de estos cultivares.

Objetivo General

Modelar la dinámica de crecimiento de los clones CT-3 y CT-26 de la especie *Cenchrus purpureus* en la época lluviosa como herramienta de apoyo a la toma de decisiones en la alimentación animal.

Objetivos específicos

- Elaborar el marco teórico y metodológico sobre la modelación del crecimiento del *Cenchrus purpureus* y del desarrollo de nuevas variedades de la especie.
- Caracterizar el comportamiento de la altura y el rendimiento de materia seca con respecto a la edad de los clones CT-3 y CT-26 de la especie *Cenchrus purpureus* en el período lluvioso del año.
- Determinar el momento de mejor aprovechamiento de los clones CT-3 y CT-26 de la especie *Cenchrus purpureus* para la alimentación animal en el período lluvioso del año.

CAPÍTULO 1: MARCO TEÓRICO Y METODOLÓGICO SOBRE LA MODELACIÓN DEL CRECIMIENTO DEL *Cenchrus purpureus* Y DEL DESARROLLO DE NUEVAS VARIEDADES DE LA ESPECIE.

I.1. Modelación Estadístico-Matemático en procesos Agropecuarios

Debido a la creciente capacidad de la computación y la informática en los últimos años se observa una mayor aceptación de los modelos matemáticos dentro del flujo de la investigación científica en el sector agropecuario. Esta herramienta matemática apoya el proceso de toma de decisiones en la planeación de la producción agropecuaria a la vez que da solución a problemas complejos como el desarrollo de nuevos sistemas de manejo de cultivos y animales, a los cuales permite estimar su crecimiento, así como los factores bióticos y abióticos que influyen en su desarrollo.

I.1.1 Modelación Matemática. Fundamentos teóricos

La literatura científica muestra diferentes definiciones de modelos, autores como Thornley y France (2007), Rykov, *et al.* (2010), Dey, *et al.* (2011), Whittle, Clark y Kühne (2011) y Jay (2012) coinciden en que un modelo es la representación simplificada del mundo real, en los cuales se destacan características relevantes del fenómeno en estudio. Para Aduriz y Bravo (2012) y Cuevas (2014), un modelo es la representación ideal de un sistema y la forma en que este opera, cuyo objetivo es analizar o predecir el comportamiento en el intervalo de tiempo en estudio. Un caso particular lo constituyen los modelos matemáticos.

Recientemente Torres y Cobo (2015) consideran que un modelo matemático es la expresión formal, mediante el uso del lenguaje matemático, de las relaciones entre los componentes de un sistema e informan que estas relaciones pueden ser descritas por una ecuación sencilla o por una red de ecuaciones interconectadas. Ferrando, *et al.* (2017) refieren que es la representación matemática de una realidad o fenómeno donde tienen cabida diferentes elementos que le dan forma,

como pueden ser los conceptos matemáticos implicados, las representaciones simbólicas de la realidad, así como los procedimientos matemáticos asociados a su uso.

Considerando lo expuesto con anterioridad se define a la modelación matemática como aquella ecuación que es capaz de describir la relación que existe entre dos o más variables. Por otra parte estima los valores de la variable respuesta en función de un tiempo determinado. El empleo adecuado de esta herramienta matemática es fundamental, pues ayuda a los investigadores y decisores apoyar sus resultados científicos.

Diversas son las clasificaciones sobre los modelos matemáticos emitidas en la bibliografía consultada, Candelaria, *et al.* (2011) y Maldonado (2013) lo definen como estáticos o dinámicos en dependencia si en el modelo interviene el tiempo. Los mismos autores alegan que los modelos matemáticos también pueden ser estocásticos o determinísticos si sus resultados son con cierto grado de incertidumbre o deterministas. Castro y Hétier (2015) consideran que los modelos matemáticos que más se utilizan en la agronomía se pueden categorizar en dos clases: los modelos solamente predictivos o empíricos y los modelos causales o mecanísticos.

Según Guerra, *et al.* (2003) los modelos matemáticos se han empleado con mayor frecuencia en diferentes ramas del conocimiento, teniendo una amplia aplicación los relacionados con los análisis de regresión. Torres, *et al.* (2012) refieren que los modelos matemáticos se utilizan para describir y predecir el crecimiento de los animales y las plantas

En sentido general un modelo matemático es muy útil cuando se quiere investigar la relación que existe entre una variable dependiente y una o más variables independientes, cuyo objetivo es explicar de manera correcta un fenómeno bajo estudio. Sin embargo, estos se diferencian por el tipo de variables que se analizan,

es por ello que resulta prudente conocer que cuando la variable respuesta y la independiente son cuantitativas se emplea un análisis de regresión.

I.1.2 Modelos de regresión. Métodos de estimación y bondad de ajuste

Según Di Rienzo, *et al.* (2012) el objetivo del análisis de regresión radica en determinar la ecuación o ecuaciones que relacionan las variables del modelo y estimar el valor de sus parámetros. En tal sentido un análisis de regresión no es más que una ecuación matemática que se emplea para expresar en mayor medida la información biológica contenida en los datos y que sus parámetros sean capaces de explicar lo que ocurre durante el proceso de investigación.

Baeza y Vázquez (2014) plantean que existen modelos de regresiones lineales y no lineales, y cada uno tiene sus propias características para la estimación de sus parámetros. Autores como Bingham y Frees (2010), Fernando, *et al.* (2013), Díaz (2015) y Vinuesa (2016) refieren que una función de regresión es lineal, en los parámetros, si estos aparecen con frecuencia unitaria y no están multiplicados ni divididos por cualquier otro parámetro.

Existen diferentes métodos para estimar los parámetros de los modelos lineales y no lineales. El de mínimos cuadrados es el de uso más frecuente para el ajuste de los parámetros en la regresión lineal. Según Novales (2010) este método persigue minimizar la suma de los cuadrados de los residuos y trata de encontrar valores para el estimador de mínimos cuadrados ordinario (MCO) de los parámetros del modelo. El MCO selecciona, la recta que minimice la suma de los cuadrados de las distancias entre cada punto de la nube generada por las observaciones muestrales y el asignado por el modelo.

Sin embargo, cuando el ajuste a los datos manifiesta un comportamiento no lineal, se observa que tanto sus variables como sus parámetros se encuentran expresados en forma de multiplicaciones, cocientes o exponenciales, en estos casos Rivas, *et al.* (1993) y Selva (2013) recomiendan utilizar métodos iterativos.

Estos métodos según Gutiérrez (2016) consisten en aplicar una regla determinada para generar una sucesión de valores cada vez más próximos a alguna de las raíces de la ecuación no lineal que se trata de resolver. Dependiendo de las características de la ecuación, de la aproximación inicial y de la regla utilizada, los métodos iterativos pueden o no converger a la solución.

En la literatura se pueden encontrar múltiples ejemplos de métodos iterativos para el ajuste de los parámetros. Autores como Cornejo y Rebolledo (2016) hacen referencia de diferentes métodos de estimación de los modelos no lineales entre los que señalan, el Cuasi-Newton, Gauss-Newton, Levenberg-Marquardt, entre otros.

Según De la Fuente (1995) el método Cuasi-Newton ha demostrado ser bastante eficiente en optimización no lineal y juega un papel importante en muchas implementaciones. Además, este tipo de métodos, a diferencia de los de Newton, tienen una tasa de convergencia súper lineal, lo que frecuentemente desde el punto de vista computacional resulta ser más eficiente que el método analítico de Newton. Los métodos Cuasi-Newton consisten en aproximar la matriz Hessiana de cada iteración mediante fórmulas de recurrencia que la relacionen con el valor que toma en iteraciones precedentes (Bonnans, *et al.*, 2002)

Cornejo y Rebolledo (2016) refieren que el método de Levenberg-Marquardt (L-M) ha sido una técnica estándar para problemas de mínimos cuadrados no lineales, comúnmente usada para el ajuste de datos en disciplinas como las ciencias de la ingeniería, ciencias sociales, medicina, ecología, botánica, ciencias políticas, finanzas, entre otras. Según Gutiérrez (2016) este método muestra ser una combinación del método de descenso de gradiente y el método de Gauss-Newton; cuando la solución actual está lejos de ser la correcta, el algoritmo se comporta como un método de descenso más agudo, lento, pero garantiza su convergencia.

En el método de Gauss-Newton la idea principal es aproximar el problema de mínimos cuadrados no lineales a un problema de mínimos cuadrados lineales, alrededor de una aproximación dada de la solución. Al resolver el problema de mínimos cuadrados lineales se obtiene una nueva aproximación de la solución. Este método presenta buenos resultados numéricos cuando el tamaño de los residuos es pequeño o la función residuo es casi lineal (Martínez y Rivas, 2010).

En este caso el empleo de métodos iterativos para modelos no lineales resulta conveniente, pues estos permiten encontrar estimaciones en el valor de los parámetros de manera tal que minimicen la suma de cuadrado de los residuos, y por ende lograr mejores ajustes en el modelo.

Para la selección de modelos de mejor ajuste se necesita contar con diferentes criterios que avalen dichos resultados. En ese sentido autores como Guerra, *et al.* (2003), Torres, *et al.* (2012) y Domínguez, *et al.* (2013) proponen los siguientes:

- Coeficiente de determinación R^2 : declara que proporción de la variación de la variable dependiente es explicada por las variables predictoras.
- Coeficiente de determinación ajustado (R^2_{aj}): es una corrección o ajuste del coeficiente de determinación original de acuerdo a los grados de libertad del modelo el cual es utilizado cuando se comparan modelos con diferentes números de parámetros.
- Cuadrado medio del error (CME): informa sobre la precisión de las estimaciones
- Prueba de significación de los parámetros: determina la significación estadística de los parámetros del modelo.

- Error estándar de los estimadores de los parámetros: permite determinar los intervalos de confianza para los parámetros.
- Error medio en valor absoluto: da una idea de la magnitud media de los errores independientemente de su signo.
- Error estándar de la estimación: muestra la desviación normal de los residuos y puede utilizarse para la predicción de nuevas observaciones.
- Análisis gráfico de los residuos: Comportamiento de los residuos obtenidos de la diferencia entre los valores observados y los valores predichos por el modelo.
- Diferencia agregada o Sesgo: evalúa la desviación media de los residuos del modelo respecto a los valores observados. El signo del error de predicción promedio expresa si la función examinada sobrestima (-) o subestima (+) el valor de los datos analizados.
- Estadístico de Durbin Watson: Según Abreu, *et al.* (2004) se utiliza para conocer si existe correlación entre los errores.

Los paquetes estadísticos InfoStat, Statgraphics Plus, SPSS statistic, SAS, entre otros llevan implícito en sus algoritmos de análisis la incorporación de estos criterios estadísticos, los que ayudan a los investigadores la selección del modelo de mejor ajuste. Sin embargo, no existe un método único para comparar modelos, sino se pueden utilizar aquellos que describen las condiciones intrínsecas del experimento.

I.1.3 Modelos matemáticos con mayor aplicación en el sector agropecuario en Cuba.

Las primeras investigaciones relacionadas con el empleo de la modelación, en el sector agropecuario en Cuba, aparecen en la década de los 80. Estos estudios tuvieron encaminados a controlar los efectos de curvas de lactancia, con la aparición del modelo multiplicativo propuesto por Menchaca y Jerez (1986), su término estuvo dado por la necesidad de linealizar los parámetros del modelo, al no existir paquetes estadísticos que permitieran el análisis de modelos no lineales, para lo cual utilizó una función logarítmica.

Con posterioridad Menchaca y Ruiz (1987) modelaron la expresión del peso vivo a partir del consumo en vacas lecheras. Otros de los trabajos donde se utilizó la modelación matemática fue el de López y Menchaca (1989) con el objetivo de describir el crecimiento de terneros y novillas, y su variabilidad en el tiempo.

Menchaca (1990) propuso modelos etápicos de crecimiento que permitieron describir curvas de desarrollo del animal según las etapas de la vida, con diferencias en alimentación y manejo que influyen en la tasa de crecimiento. El mismo autor formuló en 1992, la unión del modelo etápico con el multiplicativo en el estudio del crecimiento en peso vivo de terneros y lo aplicó a animales en condiciones de pastoreo (Menchaca, *et al.*, 1993).

Por su parte Larduet y Savón (1995) desarrollaron un modelo para simular el crecimiento de porcinos en la etapa de 30 a 90 días donde consideraron la partición del nitrógeno ingerido durante el mantenimiento, crecimiento y aprovisionamiento de energía. A su vez Torres, *et al.* (1996) utilizaron modelos no lineales para conocer el comportamiento de las pérdidas de amoníaco de las bostas (kg de Nha-1) en el sistema de pastoreo racional Voisin.

Autores como Fernández, *et al.* (2004) retomaron los estudios de modelación para la caracterización de la curva de lactancia para el genotipo Siboney de Cuba (5/8 H 3/8 C). En ese sentido Fernández, *et al.* (2005), destacan la capacidad descriptiva de estos modelos y sus posibilidades para obtener indicadores de interés económico como son: picos de producción (valores extremos en la lactancia y el momento en que se alcanzan), tasa de cambio o velocidad instantánea, las que permiten mostrar la dinámica del proceso.

Torres y Ortiz (2005) presentaron un trabajo resumen con las aplicaciones de la modelación y simulación en el proceso de producción y alimentación de animales de granjas. Por su parte Torres, *et al.* (2009) desarrollaron una aproximación estocástica del modelo logístico, para estimar el comportamiento productivo de búfalos de agua en Cuba durante la etapa de crecimiento-ceba.

Álvarez, *et al.* (2012); Vázquez (2012); Gómez, *et al.* (2012); Sánchez, *et al.* (2012) y Alonso, *et al.* (2016) aplicaron la modelación en el campo de las ciencias agropecuarias. Sus investigaciones estuvieron encaminadas a la estimación y evaluación de parámetros genéticos, productivos y reproductivos. De forma similar se puede hacer referencia a la modelación de la curva de puesta de huevos lo cual unido al empleo de series temporales permite determinar sistemas de alerta en los procesos de vigilancia sindrómica de gallinas ponedoras (Del Pozo, 2016).

En la actualidad el uso de la modelación matemática para describir los procesos biológicos en la rama agropecuaria han tenido gran empleo. Estos estudios generan nuevas estrategias con vista a incrementar los resultados alcanzados, generar nuevos conceptos, fortalecer la cooperación y transferencia de conocimientos a diferentes ramas del saber.

I.2. Modelación estadístico matemático aplicado a estudios de crecimiento de pastos

I.2.1 Descripción del crecimiento en pastos. Principales ecuaciones asociadas a su estudio.

En Cuba la alimentación de los animales se establece a base de pastos y forraje, en este sentido se hace necesario la búsqueda de plantas con altos rendimientos productivos que sirva como base alimentaria al ganado. Según Rodríguez (2015) el crecimiento de una planta o animal describe una curva de tipo sigmoidea y puede expresarse a través de su peso o altura. Por su parte Crespo, *et al.* (2010) plantean que en el crecimiento de las plantas se distinguen tres fases o estados biológicos:

Primera fase: Es lenta y su duración depende de la especie y del grado de intensidad con que la gramínea es desfoliada, se le denomina fase logarítmica.

Segunda fase: El crecimiento ocurre relativamente constante y expresa la tasa de máximo crecimiento del cultivo. Su duración depende de la especie de gramínea.

Tercera fase: Predomina la pérdida de materia seca y la mayor acumulación de tallos, inflorescencia y material muerto en el pastizal.

Lo expuesto con anterioridad coincide con Vilchez, *et al.* (2015) que refieren que, al representar el crecimiento en función del tiempo, se obtiene una curva donde se observan tres fases, la primera se denominada crecimiento inicial, donde existe poco desarrollo de la planta, la segunda, fase exponencial, donde se muestra la mayor tasa de crecimiento y la última fase, envejecimiento, donde la planta deja de crecer.

En la literatura científica son muchos los trabajos que utilizan las funciones matemáticas para modelar o describir el crecimiento de un proceso biológico. Autores como Nobre, *et al.* (2003), Torres, *et al.* (2012) y Leonar, *et al.* (2017),

plantean que los se emplean con mayor frecuencia son los modelos Cuadrático, Cúbico, Exponencial, Logístico, Gompertz, Von Bertalanffy, Richards, entre otros.

Casas, *et al.* (2010) refieren que las funciones de Gompertz y Logístico son las más utilizadas en el análisis del crecimiento de animales y plantas. Esto se evidencia en los resultados obtenidos por Rodríguez *et al.* (2011), Rodríguez, *et al.* (2013a), Rodríguez, *et al.* (2013b) y López (2016), donde estos modelos fueron los que mejor describieron el crecimiento de las variedades de *Cenchrus purpureus* vc. Cuba CT-169, *Cenchrus purpureus* vc. Cuba king grass y pasto estrella (*C. nlemfuensis*).

Las funciones Logística y de Gompertz presentan algunas propiedades que se identifican en la tabla 1.

Tabla 1. Propiedades de las funciones matemáticas Logística y de Gompertz

Propiedades	Logística	Gompertz
Ecuación	$W_{(x)} = \frac{A}{1 + be^{-cx}}$	$W_{(x)} = Ae^{-be^{-cx}}$
Simetría	Simétrico	Asimétrico
Número de parámetros	3	3
Asíntota (peso maduro o adulto)	$\lim_{t \rightarrow \infty} W = A$	$\lim_{t \rightarrow \infty} W = e^A$
Inflexión	$t = \frac{b}{c}; W = \frac{A}{2}$	$t = \frac{b}{c}; W = \frac{A}{e}$

Fuente: tomado de (Windsor, 1932)

Donde:

x: variable independiente.

$W_{(x)}$: variable dependiente en función del x.

A, b y c: parámetros de los modelos

I.2.2 Aplicaciones prácticas de los modelos relacionados con las funciones de crecimiento de los pastos

Según Villegas, *et al.* (2018) el crecimiento de los pastos puede ser descrito por medio de funciones matemáticas que predicen el desempeño de la altura y la producción de biomasa. Estas funciones permiten realizar evaluaciones sobre el nivel de producción en las empresas ganaderas y clasificar de forma sencilla la productividad de una especie específica en una zona determinada (Martínez y Herrera, 2006).

En Cuba la modelación matemática se ha dirigido a las investigaciones de la rama animal y agrícola (Torres, *et al.*, 2001). En la producción de pastos y forrajes se comienzan los primeros trabajos en los 80 como el de Torres y Jordán (1989) donde se estimó la materia seca de la bermuda cruzada en función de otros componentes del rendimiento. Posteriormente Del Pozo y Herrera (1995), Del Pozo (1998) y Torres, *et al.* (1999) aplicaron la modelación para conocer la dinámica de crecimiento del pasto estrella. Estos autores encontraron relaciones polinómicas entre las variables, sin embargo, los parámetros no tienen interpretación biológica en estos modelos.

López (2016) simuló el comportamiento productivo del pasto estrella bajo diferentes frecuencias de corte, niveles de fertilización y condiciones climatológicas adversas. En los resultados obtenidos mostraron que el modelo de Gompertz fue el de mejor ajuste con coeficientes de determinación alrededor del 99 % para los ambos períodos. El mismo autor pronosticó que un incremento de la temperatura media del planeta en 2 y 4 °C afectará el rendimiento de materia seca acumulada de este cultivo principalmente en el período poco lluvioso.

Cejas (2007) empleó la modelación para simular el comportamiento de los vegetales en Cuba ante un aumento en las temperaturas. Por su parte Benítez, *et al.* (2007) determinó las curvas de crecimiento de las especies *Brachiaria*

humidícola, *Panicum maximum* cv *Likoni* y *Cynodon nlenfuensis* cv *Estrella* cuando estas se sometieron a un sistema de pastoreo racional en el valle del Cauto, donde demostró que tanto el manejo, como la época del año, influyen en la capacidad productiva de los pastos antes mencionados.

Otros de los estudios relacionados con la modelación matemática de los pastos fue el de García (2009) que modeló la acumulación de biomasa de la *Panicum máximum* vc. Mombaza en la época lluviosa y poco lluviosa, Ramírez (2010) aplicó la modelación en cultivares de *Brachiaria*, *Panicum* y *Cenchrus*. Ruiz, et al. (2012abc), en tres trabajos en serie, investigaron el comportamiento de algunos componentes morfológicos del material vegetal de *Tithonia diversifolia*, el objetivo de la modelación fue para conocer el crecimiento de los materiales vegetales de esta variedad en los períodos lluvioso y poco lluvioso.

Giraldo, et al. (1998) modelaron la producción de *Brachiaria decumbens* ante diferentes condiciones climáticas, de manejo y con diferentes niveles de fertilización y posteriormente simuló el crecimiento de esta especie, cuando se variaba estos factores. Recientemente Leonard, et al. (2017) determinó las curvas de crecimiento de los pastos *Setarias splendida* (pasto miel) y *Brachiaria Híbrido* vc Mulato para evaluar el efecto de la edad de rebrote sobre el crecimiento acumulado de la planta.

Autores como Díaz (2007), Martínez, et al. (2010), Rodríguez, et al. (2011), Fortes (2012), Rodríguez, et al. (2013a), Rodríguez, et al. (2013b) y Leonard, et al. (2014), estudiaron la dinámica de acumulación de biomasa de la especie *Cenchrus* en la variedad king grass o de algunos de sus clones con el empleo de modelos no lineales, sin embargo, en su generalidad solamente abordaron la bondad de ajuste del modelo y no a la interpretación biológica de los resultados. En ese sentido Rodríguez (2015) estudió el efecto de la frecuencia de corte en el king grass y analizó cuando es más efectivo realizar el corte en la planta a partir de la modelación de su crecimiento.

En la literatura consultada se aprecia que en Cuba, son diversas las publicaciones relacionadas con el tema de la modelación de la producción de pastos y forrajes. Sin embargo, aún existe la necesidad de conocer el comportamiento productivo de pastos y plantas proteicas en diferentes condiciones edafoclimáticas. Esto genera la necesidad de desarrollar modelos adaptados a nuestras condiciones como sugieren Torres y Ortiz (2005) que se puedan convertir en una herramienta útil para tomar decisiones.

I.3. El género *Cenchrus*

El género *Cenchrus* es uno de los más importantes de la familia Poaceae, tribu Paniceae. Se encuentra distribuido en los trópicos húmedos del planeta, y se caracteriza por su alta complejidad y heterogeneidad, debido a la amplia variabilidad genética ya que, se describen alrededor de 140 especies (Leão, 2009).

I.3.1 Características agronómicas y morfo fisiológicas

Las especies y variedades de este género alcanzan rendimientos anuales superiores a los obtenidos por otras especies en casi todos los países donde son cultivadas, lo que determina su difusión en las regiones tropicales y subtropicales. Este género está formado por plantas anuales o perennes, generalmente de ciclo de crecimiento largo, con hojas comúnmente planas y panículas densamente espiciformes. Pueden alcanzar hasta 4 m de altura, pero en condiciones normales de explotación llega a 190 cm (Febles y Herrera, 2006).

La planta florece entre noviembre y febrero, al alcanzar entre 1.0 y 1.5 m de altura. En este momento, puede detener su crecimiento y ocurre un discreto adelgazamiento de las hojas y los tallos. En ocasiones puede presentar brotes laterales en número mayor de 10 por planta florecida y el rendimiento generalmente se reduce (Febles y Herrera, 2006).

Este género se adapta, crece y desarrolla en amplia variedad de suelos y características climáticas (Herrera y Ramos, 2006). Sin embargo, exige de suelos bien drenados, profundos y de fertilidad media a alta para lograr la mejor respuesta biológica de la planta (Padilla y Ayala, 2006). Posee elevados rendimientos de materia seca (RMS) como se evidencia en investigaciones de Duke (1981), Márquez, *et al.* (2007), Herrera y Padilla (2010) y Fortes (2012).

Dichas especies poseen el ciclo fotosintético C4. Debido a la mayor eficiencia del uso del agua y nutrientes, las plantas C4 son capaces de crecer en ambientes severos para las especies C3, como zonas hipersalinas, rocas y suelos áridos. El mecanismo de concentración de CO₂ propicia ventajas en las especies que poseen este ciclo en relación con la producción de MS en condiciones de altas temperaturas y estrés hídrico moderado, ya que la fotosíntesis actúa de manera eficiente con bajas concentraciones de CO₂ en el interior de la hoja, por lo que se reduce el tiempo y el grado de apertura estomática, además de que no ocurre fotorespiración en el mesófilo (Edwards y Smith, 2010).

En este sentido se plantea que el *Cenchrus purpureus* es una de las gramíneas de mayor potencial de producción de biomasa en el trópico (León, *et al.*, 2000 y Paula, *et al.*, 2000). Shimoya, *et al.* (2001) se refieren a su elevada eficiencia fotosintética, con capacidad de producción de hasta 300 t MV ha⁻¹año.

I.3.2 Desarrollo de nuevas variedades

Una de las vías para el mejoramiento de plantas es la fitotecnia de las mutaciones que utiliza técnicas biotecnológicas como: sustancias químicas (mutágenos químicos); radiaciones ionizantes provenientes de diferentes fuentes (mutágenos físicos); el cultivo de tejidos, de células, de protoplastos e ingeniería genética y la combinación de ellas (Fortes, 2012). Estas técnicas permiten, en menor tiempo, obtener y seleccionar plantas con las características deseadas, comparado con las vías de la genética clásica, y es el cultivo de tejidos una de las técnicas más utilizadas en Cuba (Herrera, 2005).

En el estudio de Martínez, *et al.* (1986) se informó la obtención de variabilidad fenotípica en king grass, al obtener 260 plantas a partir de callos embriogénicos provenientes de conos apicales de king grass (4×28) donde 11 plantas fueron fenotípicamente diferentes al donante. Algunas de ellas manifestaron estabilidad genética necesaria para ser consideradas como variedades, tal fueron los casos, entre otras, de *Cenchrus purpureus* vc. Cuba CT-115 y *Cenchrus purpureus* vc. Cuba CT-169, las cuales se consideran entre las más destacadas para el pastoreo y corte, respectivamente.

Uno de los objetivos que se persiguió con la aplicación de la biotecnología fue el de obtener nuevas variedades con mayor resistencia a factores ambientales como la sequía y salinidad. Por ello, se simulaban en el laboratorio dichas condiciones y al aplicar el cultivo de tejidos *in vitro*, mediante el uso del meristemo apical de *Cenchrus purpureus* vc. Cuba CT-115 como tejido donador, se obtuvieron nuevos clones con posible resistencia o tolerancia. De los clones resistentes a la sequía se destacaron el RS-608, RS-603 y RS-609 que superaron al testigo en cuanto al rendimiento de MS y de hojas. El clon RS-508 se destacó entre los obtenidos con posible tolerancia a la salinidad ya que, su rendimiento fue mayor en cualquiera de las edades de rebrote estudiadas comparado con el donante, evaluados en un suelo de baja a mediana salinidad sin riego ni fertilización (Herrera, *et al.*, 2009).

Mediante la mutagénesis también se obtuvieron dos nuevos clones, CUBA MF-24 y Cuba MQ-1, los que, al ser explotados en condiciones de secano y con moderadas dosis de fertilizante nitrogenado, superaron los rendimientos del king grass Fortes (2012).

Otros de los objetivos que se persiguió con la aplicación de la biotecnología fue la obtención de clones con mejores características agronómicas y con mayor calidad. Parra (2008), al evaluar diferentes clones en suelo ferralítico rojo, sin riego ni fertilización, encontró que algunos produjeron más MS que su progenitor (Cuba

CT-115) y tuvieron mejor producción en el período poco lluvioso, así como diferente porte; entre ellos se destacaron el RC-14, RC-19 y RC-21.

I.3.3 Factores que influyen en la producción de biomasa

El clima, edad de cosecha, características del suelo, el riego, entre otros, se encuentran entre los factores que influyen en la producción de biomasa y calidad por lo que cualquier trabajo enfocado a la modelación del rendimiento, debe considerar los factores anteriores y sus interacciones (Confalone, *et al.*, 2010 y Álvarez, *et al.*, 2013).

Clima

Uno de los aspectos que influyen en el desarrollo de la especie es las condiciones climáticas, por lo que hay que prestar cierta atención, en tal sentido (Arias, 2012 y Cruz, *et al.*, 2016) evaluaron las nuevas variedades de *Cenchrus* tolerantes a la sequía en la región oriental de Cuba, en ecosistemas degradados por la intensa sequía estacional.

Según Pedreira, *et al.* (1998) las respuestas biológicas que propician la adaptación, sobrevivencia y crecimiento de animales y plantas son funciones directas del efecto de variables físicas del ambiente como la temperatura, luminosidad, disponibilidad de agua y nutrientes, entre otros aspectos. En el verano se favorece la producción, en el invierno se puede limitar el crecimiento de las gramíneas tropicales lo que será más o menos acentuado de acuerdo al genotipo (Valle, *et al.*, 2001). Lo anterior se evidenció al evaluar 20 clones de *Cenchrus purpureus*, donde la producción de biomasa en el período lluvioso fue 82% superior a la obtenida en el poco lluvioso (Botrel, *et al.*, 2000).

Muchos de los estudios desarrollados en Cuba, evidenciaron el efecto de la temperatura en el crecimiento y calidad de los pastos. Crespo (1981) encontró que el rendimiento de *Digitaria decumbens* no superó los 24 kg MS ha-1día-1, con

riego y fertilizantes, en los meses más fríos del año (enero-febrero). Con posterioridad, Herrera (2006a) demostró en seis cultivares de pastos que la relación entre el rendimiento y las temperaturas fue alta. Sin embargo, cuando esta relación se hizo con el número de días con temperaturas máxima y mínima menores de 27 y 15 °C, respectivamente mostró el efecto negativo que ejercen las bajas temperaturas en el rendimiento.

Otro factor determinante en el crecimiento de los pastos es la radiación solar, pues su efecto influye en la fotosíntesis y en otros procesos fisiológicos, como la transpiración, la absorción de agua y los nutrientes. De esta forma incrementos en la productividad, principalmente en plantas C4, están relacionados con aumentos en la intensidad luminosa, debido al papel tan importante que ejerce este factor en la fotosíntesis (Herrera, 2006b).

En investigaciones realizadas por Herrera (2008) en la región occidental de Cuba en dos especies de pastos encontró que, en el período poco lluvioso, la relación entre el RMS y la radiación solar incluyó en el pasto e indicó que el número de días con radiación solar inferior a las necesidades de la planta deprime su rendimiento. Esta situación no se presentó en el período lluvioso, donde ambos indicadores no son limitantes para el crecimiento de los pastos. Resultados similares reportó Ramírez (2010) en la región oriental de Cuba en cultivares de *Brachiaria*, *Panicum* y *Cenchrus*.

Altura y frecuencia de corte o pastoreo

Los pastos y forrajes cuentan con mecanismos de adaptación para sobrevivir al efecto de las defoliaciones, ya sea por corte o pastoreo (Distel, *et al.*, 2007). El efecto inmediato de la defoliación está dado por la reducción de área foliar, y por tanto, de la cantidad de luz interceptada, de las reservas de carbohidratos y del crecimiento de la raíz (Richards, 1993). Este proceso causa cambios en la economía del carbono y nitrógeno (Lemaire, 2001), por lo que la altura y el

momento de la defoliación constituyen elementos básicos en el manejo, por la influencia que estos ejercen en el comportamiento morfo fisiológico y productivo del pastizal (Del Pozo, 2004).

En condiciones de corte, Faría, *et al.* (2007) estudiaron el efecto de la frecuencia de corte en cuatro cultivares de *Cenchrus purpureus* y los resultados mostraron que a menor frecuencia de corte se incrementaron los RMS y los contenidos de lignina. Resultados similares encontraron Clavero y Razz (2009) en *Cenchrus purpureus* x *Cenchrus glaucum* (Maralfalfa). Este hecho demostró que en estos cultivares los contenidos de lignina se incrementaron significativamente con la edad. Ibarra y León (2001) también encontraron en *Cenchrus purpureus* Taiwan 801-4 y Taiwan 144 la mayor altura de las plantas, los mayores RMA y los menores contenidos de proteína bruta con la menor frecuencia de corte.

Por su parte, Márquez, *et al.* (2007) lograron incrementos en la producción de materia seca (MS) con la menor frecuencia de corte (63 días) en tres genotipos de *Cenchrus purpureus*, lo que fue en detrimento del contenido de proteína bruta. En relación con la altura de corte, Herrera y Ramos (2006) demostraron que la mayor altura de corte (20 cm) permitió alcanzar los mayores rendimientos del *Cenchrus purpureus* vc. king grass durante un experimento de 5 años de duración. Este resultado evidenció que las reservas y el área foliar remanente fueron adecuadas para propiciar el nuevo rebrote.

En condiciones de pastoreo, la dinámica de crecimiento no sólo depende de las variaciones del clima y el suministro de nutrientes, sino de la acción de los animales en el pastoreo, cuyas interacciones son numerosas y complejas, con respuestas morfológicas y fisiológicas variables, en dependencia del hábito de crecimiento, mecanismos de propagación y persistencia, y del sistema de manejo empleado en su explotación. Clavero, *et al.* (2000) estudiaron el efecto de la presión de pastoreo en la producción de biomasa y características del crecimiento de *Cenchrus purpureus* vc. Mott e informaron marcada disminución de la

disponibilidad de MS, de la altura de la planta y del diámetro de cobertura con la mayor presión de pastoreo, lo cual pudo comprometer la persistencia del pastizal.

Resulta importante destacar que los efectos de la altura de corte o pastoreo en el crecimiento de los pastos son más severos, tanto a corto como a largo plazo, cuando se realizan cerca de la superficie del suelo y de forma frecuente. En este sentido, se debe buscar el adecuado balance entre el rendimiento, la composición química y el contenido de reservas en las partes bajas y subterráneas de los pastos, que permitan la máxima persistencia y utilización.

Fertilización y riego

Los elementos minerales son esenciales para el crecimiento y desarrollo de la planta, debido a las variadas funciones que ellos desempeñan en el reino vegetal (Cabrera, *et al.*, 2009). En este grupo se encuentran los llamados macronutrientes como el nitrógeno, fósforo, potasio, calcio, azufre y magnesio. Los mismos forman parte de múltiples compuestos que se relacionan directamente con los diferentes procesos fisiológicos relacionados con el crecimiento y la calidad de los pastos.

Magalhaes, *et al.* (2006) encontraron que la dosis de 150 kg/ha de nitrógeno resultó ser la más eficiente en relación al rendimiento del forraje de *Cenchrus purpureum*, mientras que Márquez, *et al.* (2007) obtuvieron que la fertilización con nitrógeno influyó de manera positiva en la producción de forraje y el contenido proteico de los tres genotipos de pasto elefante. Avalos (2009) evaluó el efecto de fertilizante orgánico, químico y su mezcla en el rendimiento de MS, vigor, profundidad de raíz, altura y número de macollas del pasto Maralfalfa y encontró mejoras en todos estos indicadores, comparando con el testigo donde no se utilizó fertilizante. Por su parte (Crespo, *et al.*, 2011) encontraron que la aplicación de abono verde de *Thitonia diversifolia* permitió incrementar el rendimiento de *C. purpureus* vc. Cuba CT-169 y mejorar la fertilidad del suelo.

Mota, *et al.* (2010) encontraron incrementos lineales de la altura, la producción de MS y la densidad de hijos de *Cenchrus purpureus* cultivar pionero, con la aplicación de riego y dosis crecientes de nitrógeno en el período seco, pero se redujo el contenido proteico y se incrementó la FDN. Por ello, la aplicación combinada de riego y fertilizante nitrogenado permitió reducir la estacionalidad de su producción, pero también redujo su calidad. Los resultados encontrados por Pegoraro, *et al.* (2009) mostraron que después de cuatro años el manejo del sistema irrigado combinado con la fertilización nitrogenada propició mayor producción de MS de *Cenchrus purpureus*, lo que determinó mayores extracciones de K, Ca y P por la planta.

Estos incrementos en el rendimiento se producen por la utilización del riego, el cual, en la mayoría de los casos, resulta una operación costosa debido, entre otros factores, al uso de fuentes energéticas y equipos específicos. En este sentido, Herrera, *et al.* (2010) determinaron los coeficientes del cultivo (K_c) del king grass para diferentes épocas del año y edad de la planta, lo que permite hacer un uso más eficiente del agua y de la energía empleada en el riego. En resumen, el uso de la irrigación unida a la fertilización es una técnica necesaria para reducir la deficiencia de la producción de forraje durante el período poco lluvioso y disminuir la estacionalidad del rendimiento que se produce durante el año.

CAPÍTULO II: MATERIALES Y MÉTODOS EMPLEADOS EN LA MODELACIÓN DE INDICADORES DEL CRECIMIENTO DE LOS CLONES CT-3 Y CT-26 (*Cenchrus purpureus*)

II.1 Introducción

Los modelos matemáticos aplicados al crecimiento de las plantas son una herramienta importante para la investigación y la toma de decisiones. Estos constituyen un apoyo en la solución de problemas complejos y permiten describir el comportamiento productivo de los pastos con el fin de diseñar estrategias que permitan el desarrollo óptimo de los mismos.

En Cuba se han realizado diferentes investigaciones donde se modela el crecimiento de diferentes variedades de la especie *Cenchrus*. Sin embargo, poco se conoce de los clones CT-3 y CT-26 obtenidos en el Instituto de Ciencia Animal por lo que el empleo de modelos matemáticos resulta de interés para establecer prácticas de manejo que permitan realizar un uso eficiente de estos pastos y aprovechar al máximo su potencial productivo. Es por ello que el objetivo de este capítulo fue explicar los procedimientos que se siguieron en la aplicabilidad de los modelos antes mencionados para la época lluviosa y determinar el incremento corriente diario (ICD) y tasa de crecimiento del cultivo (TCC).

II.2 Materiales y Métodos

II.2.1 Metodología experimental

Se utilizó la información proveniente de investigaciones desarrolladas durante el año 2016 en el centro experimental “Miguel Sistach Naya” perteneciente al departamento de Pastos y Forrajes del Instituto de Ciencia Animal, situado en San José de las Lajas, provincia Mayabeque, Cuba, ubicado entre los 22° 53 LN y los 82° 02 LO, a 80 msnm (Anon, 1989).

El experimento se desarrolló en un suelo Ferralítico rojo típico (Hernández, et al., 2015). Se utilizó un diseño de bloques al azar, con cinco réplicas y la unidad experimental fue la parcela de 25 m². Se evaluaron cinco clones de *Cenchrus*

purpureus con características para el pastoreo: CT-3, CT-7, CT-11, CT-26, CT-27 y se compararon con su progenitor *C. purpureus* vc. Cuba CT-115. Para el estudio se seleccionaron el CT-3 y CT-26.

El experimento se estableció en la primavera de 2015. Se realizó una preparación convencional del suelo, consistente en aradura y grada, con pases alternos de grada media y se mantuvieron limpias las parcelas hasta su establecimiento. Se plantaron semillas de cinco meses de edad en parcelas de 5 x 5 m, con distancia de siembra entre surcos de 0.90 m.

El estudio se realizó en condiciones de secano y sin fertilización. El corte se efectuó a machete a 10 cm sobre el nivel del suelo. La parcela se cortó dejando efecto de borde de los surcos externos, así como 50 cm por los extremos. Todo el material cortado se homogenizó, se pesó y se tomó una muestra aleatoria de 500g por parcela. La muestra se separó manualmente en hojas y tallos las que se introdujeron en estufa de circulación de aire a 60°C hasta peso constante. Se evaluaron la altura, composición morfológica, porcentaje de materia seca (%MS) y RMS según la metodología de Herrera (2006b).

II.2.2 Análisis matemático

Se registraron datos referentes al RMS y la altura de la planta en seis momentos de crecimiento de los clones CT-3 y CT-26 (24, 39, 52, 68, 93 y 108 d). En cada medición se tomaron cinco réplicas para cada cultivar dando un total de 30 observaciones para cada una de las variables en el periodo lluvioso del año 2016.

Se almacenaron los datos en una base de datos en Excel que se organizó como se muestra en la tabla 2. Se realizó un análisis exploratorio de los datos y mediante la estadística descriptiva se obtuvieron los estadígrafos de posición y de dispersión, media, desviación estándar, coeficiente de variación, máximos y mínimos. Para conocer la tendencia que tenían los datos se analizaron los gráficos de dispersión con las relaciones de la edad (eje x) y las variables RMS y altura (eje y).

Tabla 2. Agrupación del RMS y la altura por clones

Clon	Rendimiento seco (días)	Altura (días)
CT-3	24	24
	39	39
	52	52
	68	68
	93	93
	108	108
CT-26	24	24
	39	39
	52	52
	68	68
	93	93
	108	108

Elaboración propia

Para buscar la relación entre las variables RMS y altura con respecto a las edades de corte se probaron cinco modelos cuyas expresiones se muestran a continuación:

Polinomial 2
$$y = a + bt + ct^2$$

Logístico
$$y = \frac{a}{(1 + be^{-ct})}$$

Gompertz
$$y = ae^{-be^{-ct}}$$

Von Bertalanffy
$$y = a(1 - be^{-ct})^3$$

Exponencial

$$y = ae^{bt}$$

donde:

y: variable dependiente (RMS y altura).

a, b, c: son parámetros de los modelos.

t: variable independiente y representa el tiempo medido en días.

Para el análisis de los modelos matemáticos de regresión se utilizó el software estadístico InfoStat (Di Rienzo, *et al.*, 2012) con el objetivo de conocer el valor inicial de los parámetros, sus valores de probabilidad, así como la de los modelos y el paquete estadístico Statgraphics Plus (Anon, 1995) este último aporta más criterios estadísticos para realizar la selección adecuada de los modelos. Para la estimación de los parámetros de los modelos se emplearon dos métodos de estimación, el de mínimos cuadrados ordinarios se utilizó para los modelos lineales y de Levenberg-Marquardt para los no lineales.

Para la selección del modelo con mejor ajuste a los datos, se tuvieron en cuenta los criterios estadísticos publicados por Guerra, *et al.* (2003), Torres, *et al.* (2012) y Domínguez, *et al.* (2013). Estos criterios fueron:

- Coeficiente de determinación (R^2)
- Coeficiente de determinación ajustado (R^2A)
- Cuadrado medio del error (CME)
- Error Estándar (EE)
- Media Absoluta del error (MAE)
- Significación de los parámetros del modelo
- Dócima de Durbin-Watson

La velocidad del crecimiento de las variables RMS y altura de los cultivares CT-3 y CT-26 se describió, mediante las curvas de evolución en el tiempo del incremento corriente diario (ICD) según Kiviste, *et al.* (2002) la cual se define como:

$$ICD = \frac{dy}{dt}$$

donde:

ICD: Incremento corriente diario.

$\frac{dy}{dt}$: Primera derivada del modelo con respecto al tiempo.

Se calculó la segunda deriva del modelo en el paquete estadístico Derive 6 y se determinó el punto de inflexión para conocer el momento en que las variables en estudio alcanzan la mayor velocidad del crecimiento y donde se producía el cambio de concavidad en la función. Después de seleccionar el modelo de mejor ajuste para la variable RMS, se calculó la tasa de crecimiento del cultivo y el rendimiento estimado en el momento en que alcanza el punto de inflexión.

Para recomendar el momento en que se debe cortar el pasto para un mejor aprovechamiento se tomó el criterio propuesto por Parsons, *et al.* (1988) que refiere que el momento idóneo para efectuar el corte será cuando tenga un mayor incremento medio diario (IMD) y su cálculo es:

$$IMD = \frac{W_{t1} - W_{t0}}{t_1 - t_0}$$

donde:

IMD: Incremento medio diario

W_{t0} : valor del modelo en el tiempo inicial

W_{t1} : valor del modelo en el tiempo final

T_0 : tiempo inicial

T_1 : tiempo final

A partir del modelo seleccionado se calculó la tasa de crecimiento del cultivo (TCC) estimado que según Calzada, *et al.* (2018) se define como:

$$TCC = \frac{FC}{t}$$

Donde:

TCC: tasa de crecimiento del cultivo

FC: RMS cosechado

t: Representa el tiempo medido en días

II.2.3 Métodos y técnicas empleadas en la investigación.

En la investigación se utilizaron los siguientes métodos:

Métodos teóricos:

- **Histórico – Lógico** que permitió conocer la evolución y desarrollo de la modelación y simulación matemática, aplicadas al ámbito agropecuario y en particular al crecimiento de los pastos y forrajes en Cuba.
- **Análisis y síntesis** con el objetivo de separar el objeto de la investigación en cada una de sus partes. Descubrir sus interrelaciones. Además de realizar un análisis de la información obtenida en las fuentes bibliográficas, así como la elaboración final de la investigación.
- **Inducción–Deducción** que permitió hacer un análisis de los conceptos teóricos expuestos por diferentes autores, relacionados con la modelación, simulación y desarrollo de software, donde se establece la relación entre lo singular, particular y general.
- **Tránsito de lo abstracto a lo concreto** que permitió evaluar los cambios efectuados en el proceso de investigación y como se reflejan estos en el tema a investigar.

Métodos empíricos:

- **Análisis documental** que permitió realizar un análisis de los documentos encontrados durante el proceso de búsqueda relacionado con el tema de investigación en la revisión bibliográfica, como parte de la fundamentación teórica y en el análisis de la influencia de la variable edad en el RMS y la altura.
- **Investigación bibliográfica** que permitió hacer una revisión acerca de la influencia de la edad de los clones de *Cenchrus purpureus* en el RMS y la altura de los mismos y su vinculación con la modelación matemática.

Métodos estadísticos-matemáticos:

- **Estadística descriptiva:** Permite caracterizar las variables relacionadas con el RMS y la altura de los clones CT-3 y CT-26.
- **Modelación Matemática:** se emplea en la aplicación de la Modelación Estadístico-Matemática en el RMS y altura de los clones CT-3 y CT-26.

CAPÍTULO III: RESULTADOS Y DISCUSIÓN DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA DE LA ALTURA Y EL RMS DE LOS CLONES CT-3 Y CT-26 (*Cenchrus purpureus*)

III.1 Resultados de la estadística descriptiva

En la tabla 3 se muestran los resultados obtenidos de la estadística descriptiva para las variables altura y RMA del clon CT-3 y el CT-26 en cada momento de medición.

Tabla 3. Caracterización de las variables en estudio para el CT-3 y CT-26

Edad	Cultivar	Variables	Media	DE	CV (%)	Mín.	Máx.
24 d	CT-3	Altura (cm)	20,00	3,54	17,68	15,00	25,00
		RMS (kg/macolla)	0,06	0,01	23,92	0,04	0,08
	CT-26	Altura (cm)	20,00	3,54	17,68	15,00	25,00
		RMS (kg/macolla)	0,08	0,01	15,00	0,06	0,09
39 d	CT-3	Altura (cm)	55,00	6,12	11,13	45,00	60,00
		RMS (kg/macolla)	0,14	0,02	13,36	0,11	0,16
	CT-26	Altura (cm)	45,00	7,07	15,71	35,00	55,00
		RMS (kg/macolla)	0,21	0,03	15,73	0,17	0,26
52 d	CT-3	Altura (cm)	85,00	3,54	4,16	80,00	90,00
		RMS (kg/macolla)	0,18	0,03	14,22	0,15	0,21
	CT-26	Altura (cm)	88,00	2,74	3,11	85,00	90,00
		RMS (kg/macolla)	0,24	0,04	17,87	0,21	0,31
68 d	CT-3	Altura (cm)	105,00	5,00	4,76	100,00	110,00
		RMS (kg/macolla)	0,27	0,04	15,90	0,22	0,33
	CT-26	Altura (cm)	116,00	4,18	3,61	110,00	120,00
		RMS (kg/macolla)	0,33	0,05	14,35	0,25	0,37
93 d	CT-3	Altura (cm)	133,00	12,55	9,44	115,00	145,00
		RMS (kg/macolla)	0,29	0,06	18,98	0,23	0,36
	CT-26	Altura (cm)	150,00	6,12	4,08	145,00	160,00
		RMS (kg/macolla)	0,54	0,06	11,16	0,49	0,64
108 d	CT-3	Altura (cm)	118,00	8,37	7,09	105,00	125,00
		RMS (kg/macolla)	0,25	0,03	12,65	0,22	0,30
	CT-26	Altura (cm)	133,00	4,47	3,36	130,00	140,00
		RMS (kg/macolla)	0,42	0,01	2,60	0,41	0,44

Elaboración propia

Se observó que para ambos cultivares en cada momento de medición hubo una alta variabilidad en los datos. Los resultados de los estadísticos de la desviación estándar y el coeficiente de variación fueron altos, y superiores en el CT-26, que mostraron valores por encima del 50%. Este comportamiento pudiera estar dado a la variabilidad que presentó el crecimiento de la especie, que según Rodríguez, *et al.* (2011) en el periodo lluvioso existe mayor humedad del suelo, altas temperatura y días más largos, lo que propicia que las plantas acumulen mayor cantidad de biomasa, y expresen su potencial de crecimiento de forma más dinámica.

En la figura 1 se presenta la altura promedio registrada en ambos clones. Se observó que a los 93 días de edad, el CT-3 midió 133 cm y el CT-26 150 cm, siendo la mayor este último. Sin embargo, estos resultados fueron inferiores a lo reportado por Cruz, *et al.* (2017) y Calzada, *et al.* (2018) quienes en sus estudios encontraron alturas por encima de los dos metros para diferentes cultivares de *Cenchrus purpureus* como son el CT-115, CT-500, CT-801, CT-802, CT-803, CT-804, CT-805 y el Taiwán.

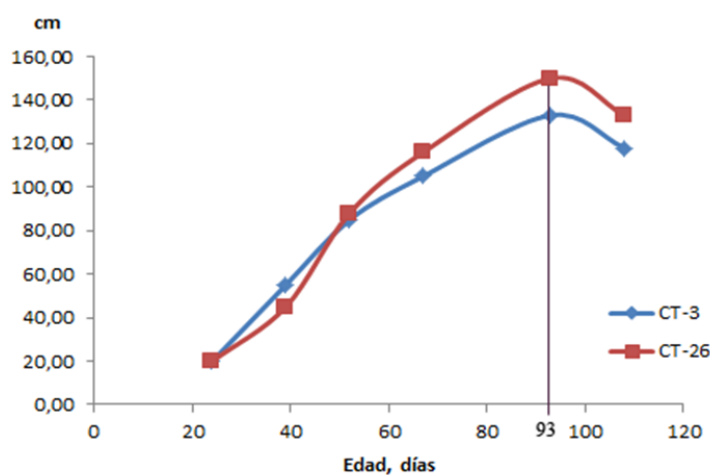


Figura 1: Altura de los cultivares CT-3 y CT-26

Cabe destacar que los autores antes mencionados realizaron mediciones hasta los 120 y 180 días de edad respectivamente, sin embargo, este factor no influyó en que se alcanzaran mayores alturas. En el estudio se observa que para ambos clones la altura decrece a partir de los 93 días. Por su parte, Ledea, *et al.* (2017)

con las variedades CT-115 y CT-500 a los 90 días reportaron alturas similares a las obtenidas para los clones CT-3 y CT-26 aunque continuaron su crecimiento hasta los 162 días.

Al igual que con la altura el mayor RMS promedio se obtuvo a los 93 días como se observa en la figura 2. En ese momento el clon CT-3 alcanza un RMS de 0,29 kg/macolla y el clon CT-26 de 0,54 kg/macolla. Fortes (2012) en condiciones edafoclimáticas similares, con la variedad CT-115 reporta a los 90 días un RMS de 0,25 kg/macolla cercano al que se observa en el clon CT-3. El mismo autor en un estudio para determinar el tamaño de muestra adecuado obtiene resultados de RMS de 0,71 kg/macolla superior al rendimiento de ambos clones. En este caso realizó la investigación en condiciones de pastoreo y por un periodo de tiempo mayor, factores que pueden haber incidido en los resultados.

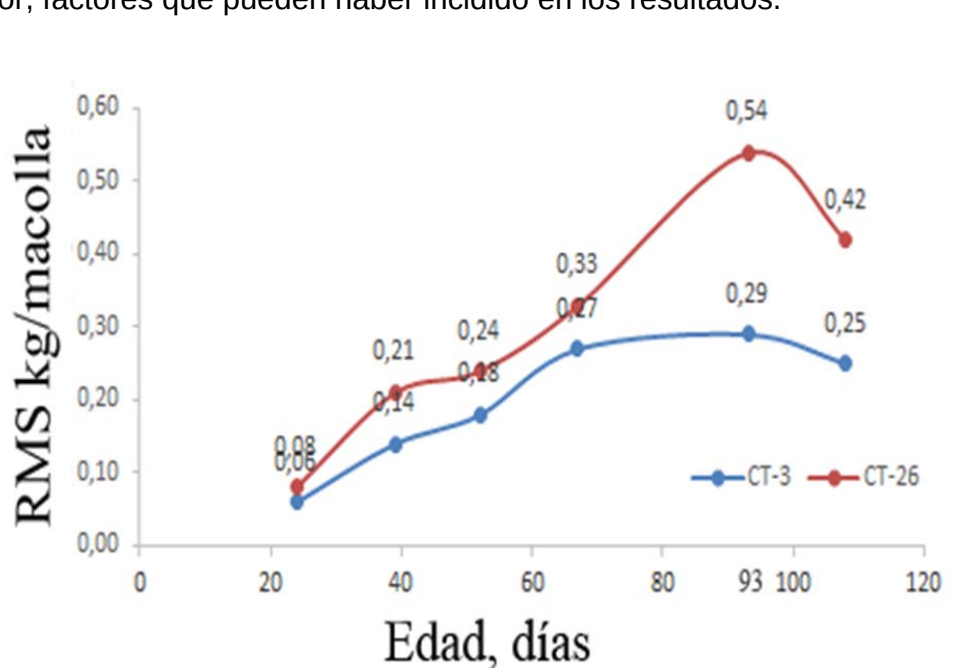


Figura 2: RMS de los clones CT-3 y CT-26

III.2 Modelación de la altura de clones de *Cenchrus purpureus* con respecto a la edad

En la tabla 4 se presentan los criterios estadísticos de comparación para la selección del modelo con mejor bondad de ajuste. Estos lograron explicar una alta variabilidad para las variables altura de la planta con respecto a la edad de pasto, con valores superiores al 90% en ambos clones, con excepción del modelo exponencial. El CME, EE fueron pequeños lo cual repercutió en los elevados valores de significación de los modelos y sus parámetros, se observa además que el estadístico DW, fue ligeramente superior a 1,3 por lo que los residuos no están correlacionados.

Tabla 4. Modelos ajustados entre la edad y la altura de los cultivos CT-3 y CT-26

Cultivar	Criterios Modelos	R ² (%)	R ² ajust (%)	MAE	CME	EE	DW	Parámetros		
								a	b	c
CT-3	Polinomial 2do orden	96,13	95,84	5,51	62,62	8,10	1,62	-66,09 P<0,001	3,98 P<0,001	-0,02 P<0,001
	Von Bertalanfly	94,51	94,10	6,42	93,10	9,64	1,39	6,88 P=0,135	1,74 P=0,102	0,02 P=0,784
	Gompertz	95,38	95,04	5,71	78,26	8,84	1,49	128,40 P<0,001	7,07 P=0,001	0,05 P<0,001
	Logístico	95,36	95,01	6,02	78,69	8,87	1,42	125,43 P<0,001	31,64 P=0,006	0,08 P<0,001
	Exponencial	72,15	71,16	18,11	455,65	21,34	0,44	38,28 P<0,001	0,01 P<0,001	-
CT-26	Polinomial 2do orden	96,28	96,01	7,17	90,41	9,50	1,40	-79,08 P<0,001	4,31 P<0,001	-0,02 P<0,001
	Von Bertalanfly	94,54	94,13	9,05	132,91	11,52	1,22	8,42 P<0,001	1,57 P=0,003	0,02 P<0,001
	Gompertz	96,76	96,52	6,87	78,70	8,87	1,31	147,08 P<0,001	8,56 P=0,001	0,05 P<0,001
	Logístico	97,46	97,27	5,81	61,72	7,85	1,36	142,39 P<0,001	51,89 P=0,002	0,08 P<0,001
	Exponencial	75,29	74,41	22,20	579,85	24,08	0,40	36,48 P<0,001	0,01 P<0,001	-

Elaboración propia

En el caso de la variable altura de la planta para el clon CT-3 se seleccionó el modelo Gompertz por presentar un ligero incremento en el R^2 y R^2 ajustado, además que el EE fue el más pequeño, aunque no sería desacertado haber seleccionado el Logístico, pero su integralidad en los criterios estadísticos lo decide el Gompertz. Sin embargo, para el CT-26 el Logístico describió mejor el comportamiento de la altura de la planta, con respecto a los modelos evaluados, pues presentó valores elevados en ambos coeficientes de determinación, así como cuadrados medios del error más pequeños.

Cabe señalar que para el clon CT-3 el modelo polinomial de orden dos presenta un buen ajuste, pero debido a que su parámetros carecen de interpretación biológica (Jansen, 1995) no se selecciona. Según Blasco (2013) estos modelos son de poca utilidad para realizar futuras predicciones. Por otra parte, Rodríguez (2015) refiere que en la selección de modelos, además de los criterios estadísticos de comparación se debe tener en cuenta aquellos procesos fisiológicos que se relacionan con cada una de las etapas del crecimiento y desarrollo de la planta.

Las figuras 3 y 4 presentan los resultados de los modelos ajustados a los datos de RMS de los clones CT-3 y CT-26, se observa que en ambos casos el crecimiento de la planta es lento, sin embargo, a partir de los 20 días existe una aceleración del crecimiento con un comportamiento similar al lineal hasta llegar al intervalo de 70 y 80 días con una altura aproximada de entre 110 y 120 cm para ambos clones. A partir de este momento se muestra una estabilidad en la altura de la planta. Los resultados obtenidos por Grajales, *et al.* (2018) muestran una dinámica de crecimiento diferente a la de los clones CT-3 y CT-26. En su estudio el híbrido OM-22 mostró un crecimiento lento durante los primeros 45 días y a partir de ese momento ese indicador se incrementó en 0.034 m por día hasta alcanzar la altura máxima a los 120 días de crecimiento.

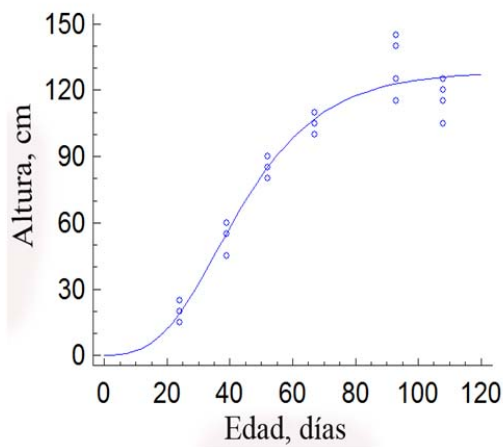


Figura 3: Comportamiento de la altura con respecto a la edad del clon CT-3

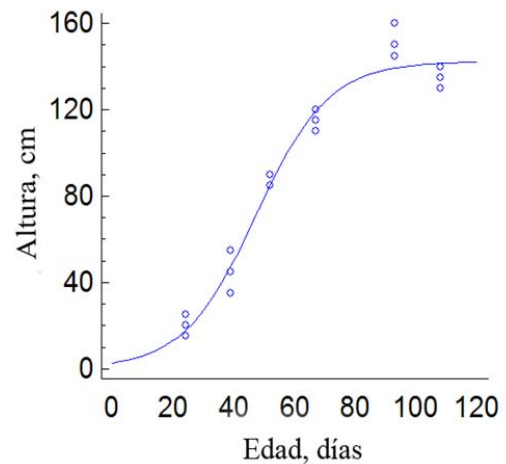


Figura 4: Comportamiento de la altura con respecto a la edad del clon CT-26

Rodríguez, *et al.* (2007) y Rodríguez, *et al.* (2011) estudiaron el comportamiento de la altura con respecto a la edad de variedades como el CT-115 y CT-169 respectivamente, y reportaron que el modelo de Gompertz en el período lluvioso fue el de mejor ajuste con un coeficiente de determinación superior al 95% similar a los obtenidos para los clones CT-3 y CT-26.

Por otra parte Díaz, *et al.* (2007) al igual que los autores antes mencionados seleccionan el modelo de Gompertz como el que mejor explica la relación entre la altura de la planta y edad de las variedades CT-600, CT-601, CT-602, CT-603, CT-604 y CT-605 solo que en su estudio obtienen coeficiente de determinación menores de 90% excepto para las variedades CT-602 y CT-603 en las que supera los 95%.

En un estudio similar con la variedad Mombaza García, *et al.* (2007) reportan que el modelo Logístico fue el que mejor explicó la relación de la altura con la edad de la planta. En los estudios anteriores el ajuste es lógico si se considera que estos modelos se caracterizan por formar una curva sigmoidea que simula el crecimiento típico de las plantas (Rodríguez, 2015).

Otros autores como Martínez, *et al.* (2010) lograron explicar la dinámica de crecimiento de las variedades king grass, OM 22 y CT-169 mediante modelos lineales con valores superiores a los 92%. En ese sentido Grajales, *et al.* (2018) seleccionan el modelo lineal como el de mejor ajuste para la variable altura en la variedad morado de la especie *Cenchrus purpureus*. En su investigación obtuvieron que para el cultivar tradicional (*Cenchrus purpureus*) y la variedad OM-22 los modelos que mejor describen la relación entre la altura y la edad fueron el cuadrático y el polinomial de orden tres respectivamente.

Por su parte Leonard, *et al.* (2014) reportan el modelo cuadrático como el que mejor explica la dinámica de crecimiento de la variedad king grass en condiciones de la amazonia ecuatoriana. En estas tres investigaciones los modelos reportados difieren de los seleccionados para los clones CT-3 y CT-26, esto pudiera deberse a las condiciones edafoclimáticas en que se realizó cada estudio. En ese sentido Uvidia, *et al.* (2013) informan que el efecto de la interacción genotipo-ambiente es un factor que debe ser valorado cuando se realizan investigaciones en la producción de pastos y forraje.

En la figura 5 se muestra la velocidad de crecimiento del clon CT-3. Se observa que la planta alcanzó el punto de inflexión a los 41 días con una altura de 51,67 cm y a partir de este momento la velocidad de crecimiento comenzó a disminuir.

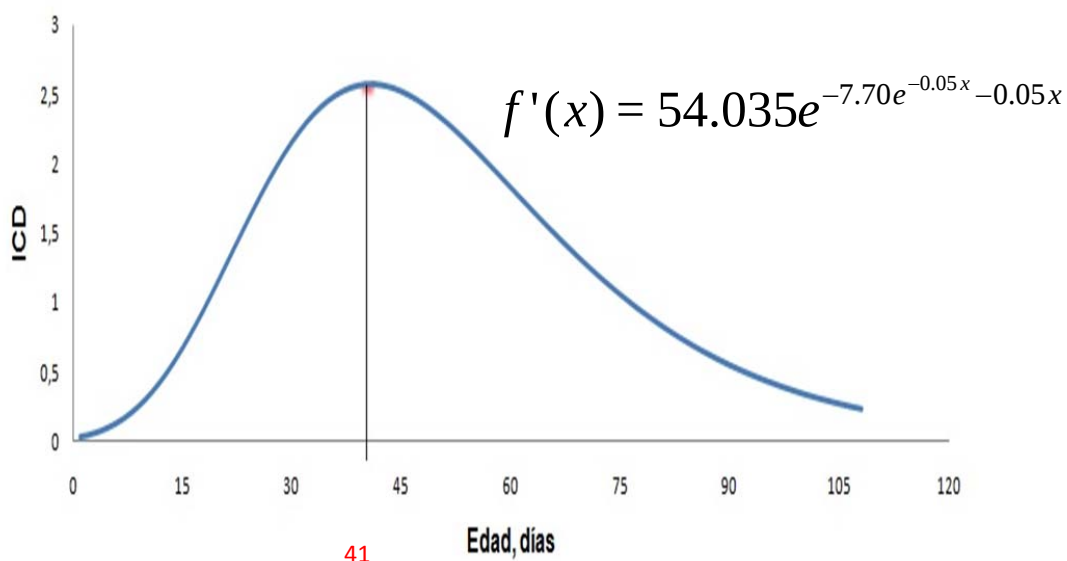


Figura 5. Velocidad de crecimiento de la altura para el clon CT-3

Al igual que en el análisis anterior se estudió la velocidad de crecimiento para el cultivar CT-26, en este caso se evidencia un crecimiento moderado (Figura 6) en los primeros días, y en la medida que se incrementan los días de muestreo presenta un comportamiento similar al CT-3 hasta los 48 días. En este momento la planta alcanza una altura de 67,31 cm, superior a la del CT-3. En ambos casos después del punto de inflexión la velocidad del crecimiento de la altura decrece.

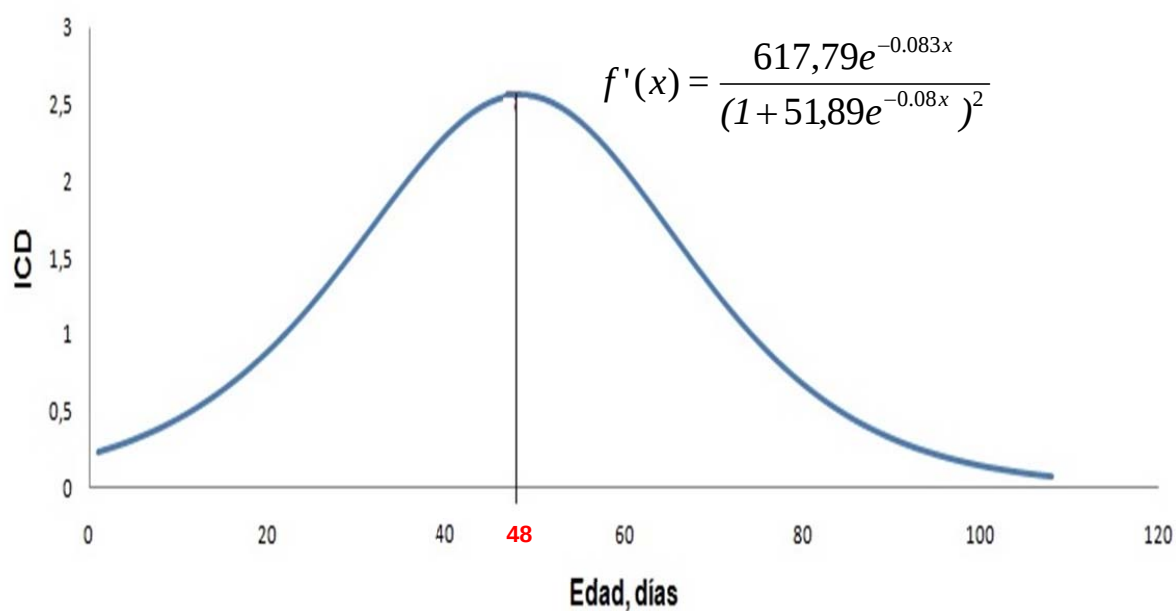


Figura 6: Velocidad de crecimiento de la altura para el clon CT-26

Autores como Grajales, *et al.* (2018) informan que el cultivar morado de la especie *Cenchrus purpureus* mostró un rápido crecimiento en los primeros 60 días. A partir de esta edad, la velocidad de crecimiento disminuyó hasta los 93 días momento en el cual nuevamente incrementa su ritmo de crecimiento hasta alcanzar 2.75 m de altura a los 120 días. Los clones CT-3 y CT-26 al igual que lo reportado por estos autores tienen, aunque por menos tiempo, en sus inicios un crecimiento acelerado solo que después del punto de inflexión la velocidad de crecimiento no vuelve a crecer.

En ese sentido, Murillo, *et al.* (2015) relacionaron el rápido crecimiento inicial de estos cultivos con el desarrollo radicular de la planta, acotando que este proceso beneficia el desarrollo aéreo de la misma, pero que disminuye como resultado del

incremento gradual en la senescencia y la reducción de la fotosíntesis neta por unidad de superficie (Beltrán, *et al.* 2005).

La edad a la que cambia la velocidad de crecimiento en la altura para el clon CT-26 es cercana a la reportada por Rodríguez, *et al.* (2011) que fue de 46 días para la variedad CT-169 en la época lluviosa y con condiciones climáticas similares, aunque en el momento que se alcanza el punto de inflexión informan una altura de 1.92 cm, superior a la del CT-26 en ese momento. Por su parte, la edad a la que alcanza el punto de inflexión el cultivar CT-3 coincide con los resultados de Leonard, *et al.* (2014) quienes, en las condiciones climáticas de la amazonia, informan que la máxima velocidad del crecimiento para la altura sucedió a los 40 días con una TCC de 66,9 kg/ha/día.

Por otra parte, Palma y Raudez (2018) informan edades superiores en que las variedades CT- 169 y OM-22 alcanzan mayor velocidad de crecimiento para la variable altura. En ese momento estos cultivos mostraron una altura de 1,50 y 1,99 cm respectivamente superior a la obtenida para los clones CT-3 y CT-26 cuando alcanzan el punto de inflexión.

En el estudio se evidenció que la altura de ambos clones con respecto a la edad presentan un comportamiento similar lo que coincide con lo planteado por Vilchez, *et al.* (2015) quienes refieren que existen tres etapas en el crecimiento de las plantas una de poco crecimiento, otra donde es mayor y la última en la que se hace más lento.

III.3 Modelación del rendimiento de la materia seca de clones de *Cenchrus purpureus* con respecto a la edad

Al evaluar los criterios estadísticos para la variable RMS (tabla 5), se observó que para los clones CT-3 y CT-26, los modelos explicaron una variabilidad por encima del 80% a excepción del modelo exponencial que sólo explicó el 56 y 72% respectivamente. Por otra parte, el estadístico DW fue inferior a 1,4 con respecto a la variable altura. Sin embargo, en este caso el modelo que presenta valores

cercanos a este estadístico fue el Logístico seguido por el Gompertz, considerando que el tamaño de muestra fue de 30 observaciones.

Tabla 5. Modelos ajustados entre la edad y el RMS de los cultivos CT--3 y CT-26

Cultivar	Criterios Modelos	R ² (%)	R ² ajust (%)	MAE	CME	EE	DW	Parámetros		
								a	b	c
CT-3	Polinomial 2do orden	84.35	83.19	0, 02	0.013	0.03	1.32	-0,14 P<0,001	0,09 P<0,001	-0,00005 P<0,001
	Von Bertalanfly	80.49	79.05	0.02	0.001	0.04	1.24	0,01 P<0,001	1,84 P=0,025	0,03 P<0,001
	Gompertz	82.13	80.81	0.02	0.001	0.03	1.37	0,28 P<0,001	6,51 P=0,024	0,05 P=0,001
	Logístico	83.13	81.88	0.02	0.001	0.03	1.36	0,27 P<0,001	27,51 P=0,132	0,08 P<0,001
	Exponencial	56.85	55.31	0.04	0.003	0.05	0,73	0,10 P<0,001	0,01 P<0,001	-
CT-26	Polinomial 2do orden	86.05	85.01	0.04	0.003	0.06	1.35	-66,09 P=0,01	3,98 P<0,001	-0,02 P<0,0047
	Von Bertalanfly	85.08	83.97	0.04	0.003	0.06	1.31	6,88 P=0,135	1,74 P=0,102	0,02 P<0,0047
	Gompertz	85.78	84.73	0.04	0.003	0.06	1.35	128,40 P<0,001	7,07 P=0,040	0,05 P<0,001
	Logístico	86.24	85.22	0.04	0.003	0.05	1.38	0.49 P<0,001	17,80 P=0,049	0,057 P<0,001
	Exponencial	72.62	71.64	0.06	0.006	0.08	0.83	0,12 P<0,001	0,01 P<0,001	-

Elaboración propia

Al analizar estos criterios para el clon CT-3 los modelos con mejor coeficiente de variación fueron el polinomial de orden 2 y el modelo Logístico. Sin embargo, no se seleccionan estos modelos, ya que el primero no permitió describir adecuadamente la relación entre el RMS y la edad del pasto a partir de sus parámetros y en el Logístico el parámetro “b” carecía de interpretación biológica. Es por ello que se selecciona el modelo de Gompertz pues este permitió obtener

más información sobre el comportamiento biológico de este pasto y presenta bajos valores de EE y CME.

En la figura 7, se muestra que el modelo estimó bajos valores RMS hasta los 20 días. Según Rodríguez (2015) este comportamiento pudiera estar dado a que en este periodo el crecimiento depende de las reservas acumuladas en la planta que se enmarcan en la primera fase del crecimiento donde existe poca área foliar (Villanueva, 2008). Es por ello que la luz que intercepta la planta es muy baja y como consecuencia lo es también la fotosíntesis (Richards, 1993).

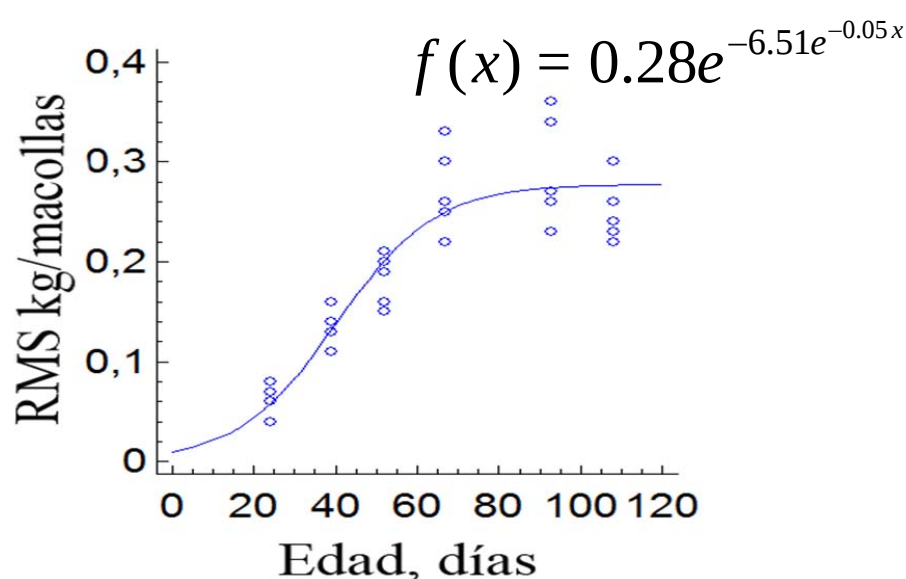


Figura 7: Comportamiento del RMS con respecto a la edad del clon CT-3

Entre los 20 y los 70 días se observó una rápida acumulación de biomasa con comportamiento aproximadamente lineal, lo cual según Herrera, (2006) pudiera estar dado al balance positivo que se produce entre la fotosíntesis y la respiración. Estos resultados se correspondieron con la segunda fase del crecimiento de la planta donde posee capacidad para capturar suficiente energía solar, reabastecerse de reservas y acelerar el crecimiento. Es la etapa en que las hojas poseen suficiente contenido de proteína y energía para cubrir los requerimientos de los animales.

Al evaluar el cultivar CT-26 se observó que el modelo Logístico fue el que mejor explicó la relación entre el RMS y la edad con mayor R^2 y R^2 ajustado. En la figura 8 se aprecia que este cultivar presentó un comportamiento similar al clon CT-3, sin embargo el crecimiento del RMS comienza a aumentar a partir de los 24 días.

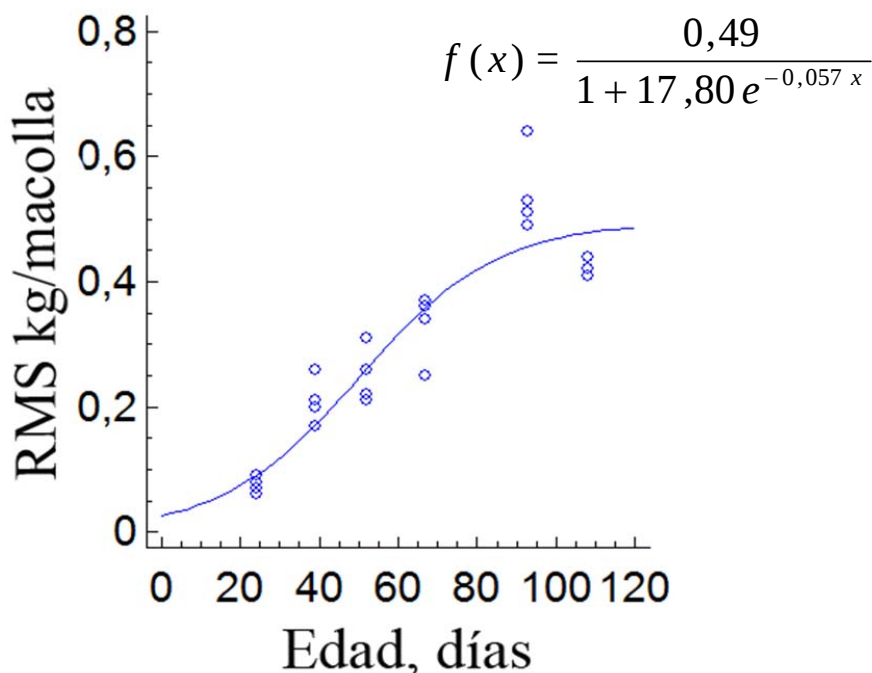


Figura 8: Comportamiento del RMS con respecto a la edad del clon CT-26

Para ambos clones se seleccionaron modelos diferentes que describen el comportamiento del RMS en el tiempo. En la selección de los modelos se coincidió con lo publicado por Casas, *et al.* (2010) quienes mencionan que estos son los de uso más frecuentes en la modelación del crecimiento de pastos.

Estudios realizados por Martínez, *et al.* (2010), Rodríguez, *et al.* (2011), Rodríguez, *et al.* (2013a) y Rodríguez (2015) en condiciones edafoclimáticas similares confirman que el modelo de Gompertz fue el que presentó mejor ajuste con respecto al comportamiento del RMS con variedades de la misma especie como el CT-115, el OM-22 y el king grass.

Los autores antes mencionados obtuvieron valores superiores de R^2 del 80%, similares a los obtenidos en la presente investigación para el Clon CT-3 aunque reportaron mayores CME. Estudios desarrollados por García, *et al.* (2009) en un

periodo de tres años para caracterizar la dinámica de crecimiento de la Guinea Mombaza observaron que para el primer año el modelo de Gompertz fue el que mejor ajustó el RMS. Sin embargo, en años posteriores con esta misma variedad seleccionaron al modelo Logístico como el que mejor describió el comportamiento de la especie.

Dichos autores refieren que con la disminución del vigor juvenil de este pasto y el decrecimiento del rendimiento en un primer año, el modelo logístico, con el mismo origen matemático, es capaz de interpretar con mejor ajuste la acumulación de materia seca en el ciclo de crecimiento de la planta. En los tres años explicaron una variabilidad de 98 y 99% superior a lo obtenido en este estudio para los clones CT-3 y CT-26.

Por otra parte, Fortes (2012) en condiciones edafoclimáticas similares a las de este estudio, seleccionó el modelo Logístico para explicar la relación entre el RMS y la edad, con la variedad CT-115. En su investigación reporta valores de R^2 de 96, 97 y 98% superiores al obtenido para el cultivar CT-26 con este modelo. Otros autores como Calzada, *et al.* (2018) reportan el uso del modelo Logístico para modelar el comportamiento de indicadores como la altura y el RMS para la variedad Taiwán en México, pero con mayor explicación de la variabilidad de los datos con un R^2 de 96 %.

El comportamiento de los dos cultivares evaluados en este estudio coinciden con investigaciones realizadas por Pérez y Martínez (1994) quienes refieren que los procesos de crecimiento desacelerados corresponden con las primeras etapas del crecimiento de la planta y con la última etapa del desarrollo que también se caracteriza por ser de crecimiento lento. Esta fase comprende la senescencia del pasto y su descomposición, así como el envejecimiento de las hojas y la floración. Esto podría explicar porque en ambos clones el RMS decrece a partir de los 93 días.

Cabe señalar que el parámetro “c” del modelo Gompertz obtenido para ambos clones fue cercano a 0,03. Según Thornley y France (2007), este parámetro es un indicador del tiempo necesario para que la planta logre alcanzar determinada etapa del crecimiento, lo que significa que estos cultivares con un ciclo de crecimiento largo como el king grass le corresponderá un valor de c pequeño y las que posean ciclo de crecimiento corto tendrán un valor mayor. Trabajos publicados por Días (2007), Rodríguez, *et al.* (2011) y Rodríguez (2015) coinciden en el valor de este parámetro al estudiar diferentes variedades de la especie *Cenchrus purpureus* como el king grass, CT-115 y descendientes de estos pastos que según Rodríguez (2015) pudiera ser una característica común de los clones en investigación.

La figura 9 muestra los resultados obtenidos del ICD o primera derivada del modelo, donde se expresa la velocidad del crecimiento y el punto de inflexión para el clon CT-3. Como se aprecia hubo un rápido crecimiento hasta los 38 días momento donde existe un cambio de concavidad de la función y se alcanza el punto de inflexión con un RMS de 0.105 kg/macolla y una TCC estimada de 0.002 kg/macolla. Este sería desde el punto de vista matemático el momento de rendimiento óptimo para este cultivo (Rodríguez 2013a).

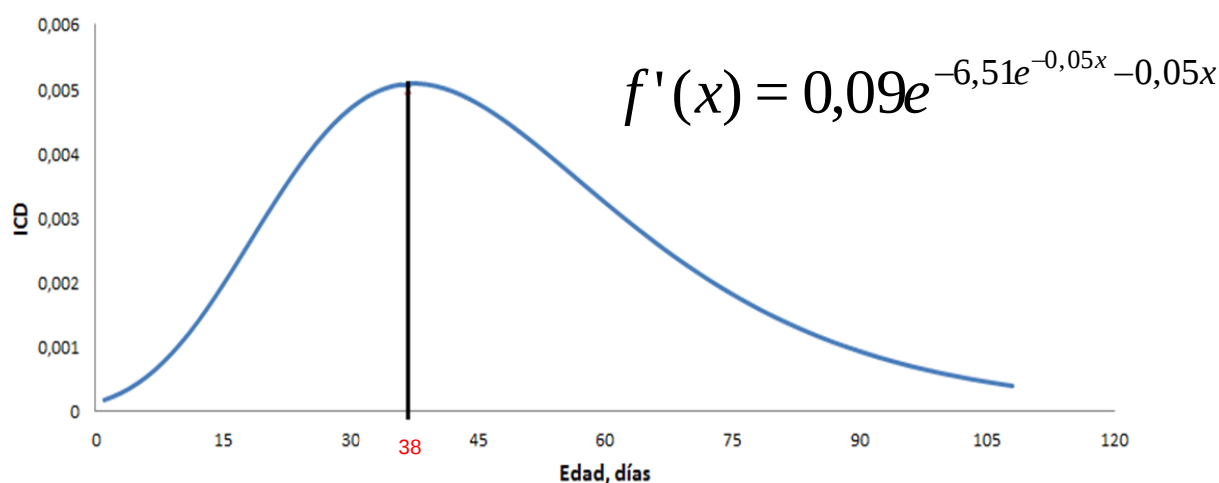


Figura 9. ICD del RMS para el cultivar CT-3

En la figura 10 se observa que el cultivar CT-26 mantiene una velocidad del crecimiento casi lineal hasta los 51 días, momento a partir del cual comienza a decrecer el ICD. Este clon tiene igual comportamiento al CT-3, pero muestra mejores resultados cuando ocurre el punto de inflexión con un RMS estimado de 0.246 kg/macolla y una tasa de crecimiento del cultivo estimado de 0.0049 kg/macolla.

En ese sentido García, *et al.* (2009) informaron que el crecimiento de la Guinea Mombaza alcanza su máxima velocidad de crecimiento a los 56 días resultado similar al obtenido para el clon CT-26 con condiciones edafoclimáticas similares. Estos autores consideran que el intervalo desde el momento que se alcanza el punto inflexión hasta que se tiene la mayor tasa de crecimiento es el adecuado para el aprovechamiento y corte de la planta.

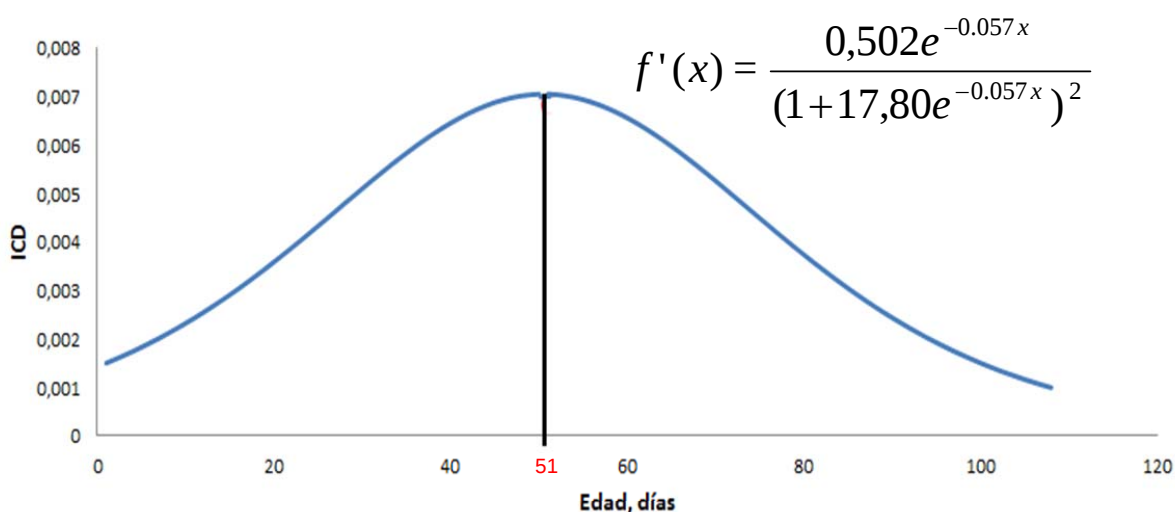


Figura 10. ICD del RMS para el CT-26

Autores como Rodríguez, *et al.* (2013a) y Rodríguez (2015) informan edades superiores en el momento que se alcanza el punto de inflexión para la variedad king grass a las obtenidas para los clones CT-3 y CT-26. Otros estudios realizados por, Rodríguez, *et al.* (2011) reportan que para la variedad CT-169 se logra el punto de inflexión a los 70 días y consideran este como el momento de máximo aprovechamiento del cultivo.

Al estudiar ambos clones se observó que el RMS presenta tasas de incremento antes (aceleración) y después (desaceleración) del punto de inflexión diferentes, lo que coincide con lo planteado por Díaz (2007) y Barker, *et al.* (2010) y guarda una relación lógica con el proceso de acumulación de biomasa de gramíneas tropicales (Rodríguez, 2015).

En las figuras 11 y 12 se muestran que los clones CT-3 y CT-26 alcanzaron los valores mayores del IMD a los 56 y 69 días respectivamente, momento que según Parsons, *et al.* (1988) es cuando existe un mejor aprovechamiento de la planta. Para los dos cultivares este momento es cercano a los días en que presentan mayor tasa de crecimiento del cultivo estimada para la variable altura y tienen un RMS estimado de 0,1885 y 0,3633 kg/macolla.

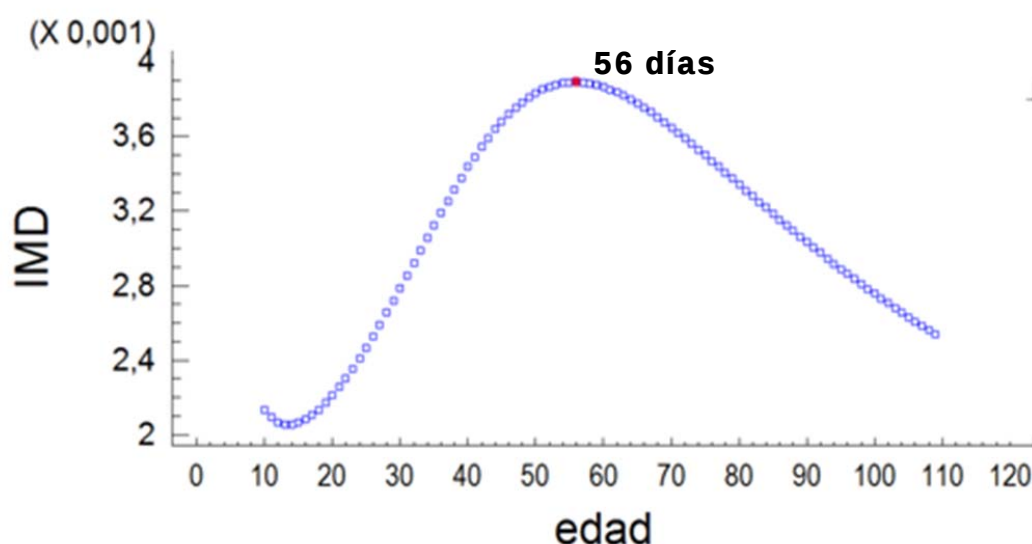


Figura 11. IMD del RMS para el CT-3

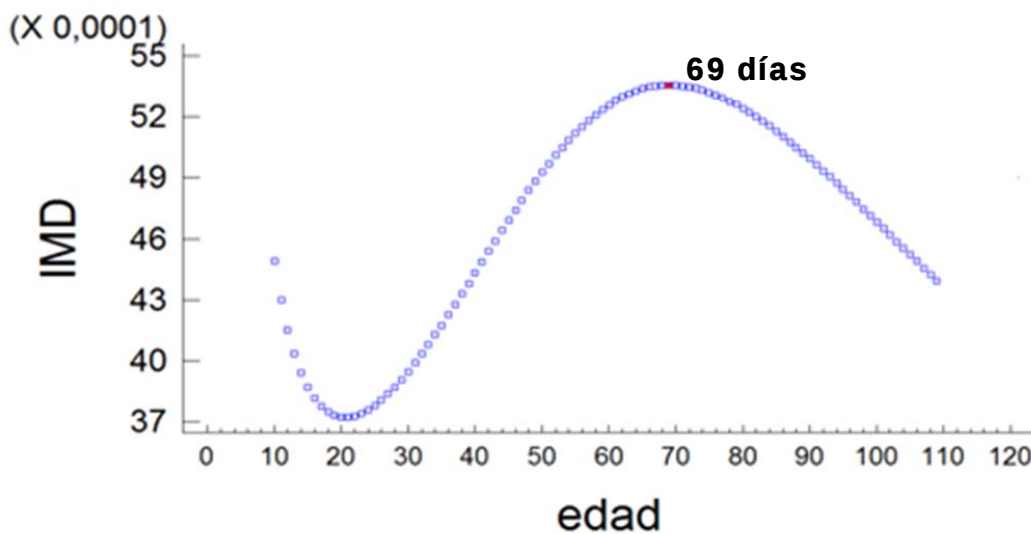


Figura 12. IMD del RMS para el CT-26

En sus estudios Rodríguez, *et al.* (2013) y Rodríguez (2015) recomiendan que la variedad king grass se debe cortar entre los 88 y 90 días para la época lluviosa y para la poca lluviosa a los 84 días. Estos autores sugieren que en la explotación del pastizal el corte se debe realizar cuando se cruzan las curvas de ICD e IMD criterio dado por Kiviste, *et al.* (2002). Sin embargo, estos últimos enfocan sus estudios a la modelación de plantas alboreas y no en gramíneas tropicales.

En las figuras 13 y 14 se muestran los momentos de aprovechamiento de los clones CT-3 y el CT- 26 siguiendo el criterio de los autores antes mencionados. Los valores de corte obtenidos de 58 y 68 días respectivamente coinciden con los criterios aportados por Parsons, *et al.* (1988) al evaluar el momento de cosecha de estos pastos, lo que referencia que por ambos métodos se obtienen iguales resultados.

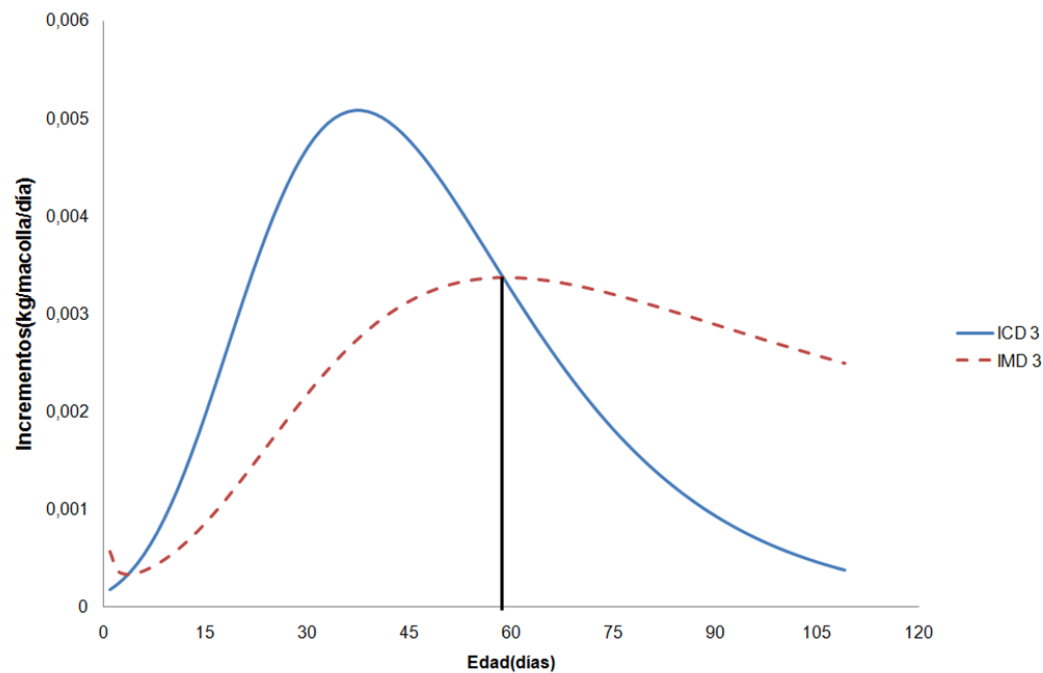


Figura 13. Comportamiento de las tasas ICD e IMD para el clon CT-3

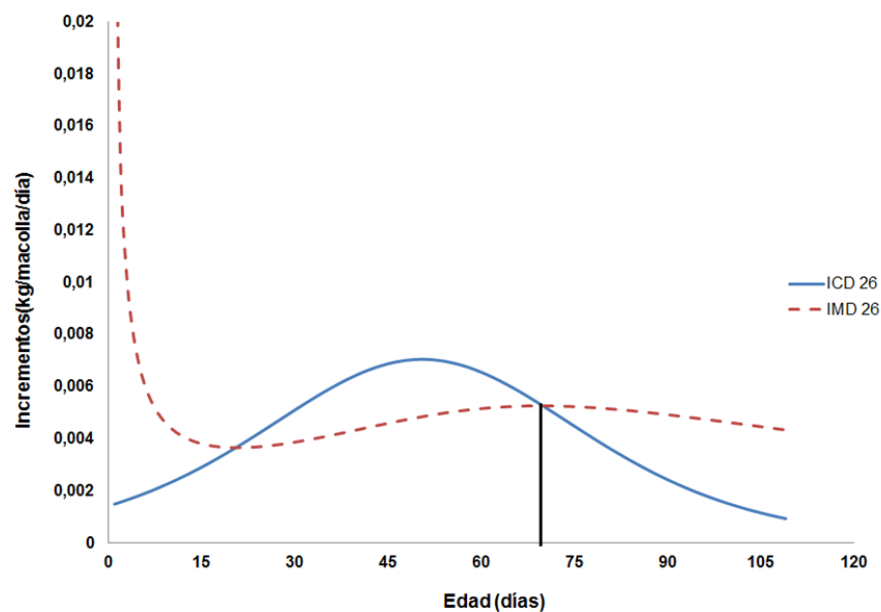


Figura 14. Comportamiento de las tasas ICD e IMD para el clon CT-3

En otras investigaciones Fernández y Valdez (2009) recomiendan que la variedad king grass se debe cortar a no más de 75 días. Chacón y Vargas (2009) con la misma variedad sugieren realizar el corte en el intervalo de 65 a 70 días. En

ambos casos se informan edades de corte cercanas a las obtenidas para los clones CT-3 y CT-26. Un aspecto a destacar por estos mismos autores es que llegan a sus conclusiones cuando realizan investigaciones experimentales con la variedad king grass y no mediante la modelación matemática del RMS. Por otra parte, Rodríguez, *et al.* (2011) proponen que para la variedad CT-169 el corte se realice a los 70 días, momento en que se alcanza su punto de inflexión.

Por otra parte, Calzada, *et al.* (2014) plantean que la planta se debe aprovechar como alimento cuando esta alcanza el 95% de intersección luminosa. Este momento coincide para el pasto Maralfalfa cuando su máxima tasa de crecimiento del cultivo a los 151 días.

Otras investigaciones realizadas por Calzada, *et al.* (2018) informan que se debe realizar el corte cuando alcanza su máximo valor de TCC y recomiendan con el uso de fertilizantes cosechar el pasto Taiwán a los 135 días pues después de este momento el RMS decrece, fenómeno que coincide con la disminución en la cantidad de hojas. En ambos casos se informan mayores edades a lo recomendado por Araya y Boschini (2005) quienes sugieren cosechar el pasto a los 120 días.

Fortes (2012) recomienda utilizar el CT-115 como banco de biomasa a no más de 112 días después del rebrote. Los resultados de Valenciaga, *et al.* (2009) refieren que a partir de este momento para esta variedad ocurre un drástico incremento en la composición monomérica de la lignina y en su contenido, lo que reduce la digestibilidad de este pasto.

Autores como Martínez, *et al.* (1994) y Herrera y Ramos (2006) señalan que no es aconsejable realizar los cortes con frecuencia fija, sino variables de acuerdo con la estación climática. Sobre esto, prevalece el criterio de usar un menor intervalo en lluvia dada la mayor velocidad de crecimiento que se produce en esta época. Díaz (2007) plantea que cuando se utiliza el argumento de aprovechar la acumulación de biomasa, mientras se mantengan niveles favorables de crecimiento en estas plantas de ciclo vegetativo largo, puede alargarse el intervalo en lluvia.

En sentido general, los resultados obtenidos demostraron la influencia que tiene la edad de la planta en el RMS de los clones CT-3 y CT-26 de la especie *Cenchrus purpureus*. Los modelos Gompertz y Logístico permitieron conocer algunas características del crecimiento de estos cultivares como fueron: punto de inflexión y mejor momento de aprovechamiento. Con estos conocimientos se pueden tomar decisiones para la definición de alternativas de manejo de estos cultivos.

CONCLUSIONES

- 1- Los referentes teóricos estudiados, permitieron establecer las bases metodológicas de la modelación matemática aplicada al crecimiento de los pastos y forrajes.
- 2- El modelo de Gompertz ajustó los datos de la altura y el RMS para el cultivar CT-3 con coeficientes de determinación de 95 y 82.13% respectivamente.
- 3- El modelo Logístico explicó mejor el comportamiento de la altura y el RMS para el clon CT-26 con coeficientes de determinación de 97.46 y 86.24 % respectivamente.
- 4- El momento óptimo de utilización del forraje de ambos clones fue variable y se debe realizar a los 56 días para el CT-3 y a los 69 días para el CT-26 momento en que el incremento medio diario alcanza su máximo valor.

RECOMENDACIONES

- 1- Estudiar el comportamiento del crecimiento de estos clones en la época poco lluviosa del año.
- 2- Investigar nuevos modelos para representar el RMS de los clones estudiados bajo el efecto de la edad, variables climáticas y de fertilización.
- 3- Incorporar los resultados de esta investigación en una aplicación informática que apoye la toma de decisiones en la producción.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abreu, U.G., Cobuci, J.A., Da Silva, M. V., Sereno, J.R., 2004. Uso de modelos no lineales para el ajuste de la curva de crecimiento de bovinos pantaneiros. Archivos de Zootecnia, 53(204), pp. 367-370.

Aduriz-Bravo, A. 2012. A "Semantic" View of Scientific Models for Science.Science & Education.

Agudelo, D.A., Cerón, M.F. y Restrepo, L. F., 2007. Modelación de funciones de crecimiento aplicadas a la producción animal. Rev. Col. Cienc. Pec., 21(1), p.35.

Alonso, A.C., Soto, L.D., Chongo, B., Torres, V., Zamora, A., 2016. Efecto de reemplazantes lecheros en las curvas de crecimiento hasta noventa días de edad de hembras Siboney de Cuba en desarrollo. Cuban. *Journal of agricultural Science*, 50(3).

Álvarez, A., Herrera, R.S, Díaz, L., Noda, A., 2013. *Influence ofrainfall and temperature on biomass production of Cenchrus purpureumclones*. Cuban *Journal of AgriculturalScience*, 47(4).

Álvarez, A., Herrera, R.S., Noda, A., Díaz, L., 2012. *Comportamiento de las precipitaciones en el Instituto de Ciencia Animal en Cuba durante el período 1970-2009, como base para el manejo estratégico de los pastos*. Revista Cubana de Ciencias Agrícolas, 46, p.301.

Anon. 1989. Atlas Nacional de Cuba. (ed.). Instituto de Geografía de laAcademia de Ciencias de Cuba e Instituto Cubano de Geodesia yCartografía. Impreso por el Instituto Geográfico Nacional de España.

Anon. 1995.Software estadístico Statgraphics Plus. versión 5.1 sobre Windows.

Araya, M.M., Boschini, F.C., 2005. Producción de forraje y calidad nutricional de variedades de *Pennisetum purpureum* en la meseta central de Costa Rica. *Agron Mesoamericana*, 16(1), pp:37-43.

Arias, R. C., 2012. Frecuencias de corte en cultivares promisorios de *Pennisetum purpureum* resistentes a la sequía con riego y fertilización orgánica. Tesis de maestría, Universidad de Granma, Bayamo, Cuba.

Avalos, D.P. 2009. Reproducción vegetativa del pasto Maralfalfa (*Cenchrus sp*) y su respuesta a la fertilización química y orgánica en la Granja Laguacoto II, Cantón Guaranda, provincia Bolívar. Tesis de grado para la obtención del Título de Médico Veterinario y Zootecnista. Univ. Estatal de Bolívar. Ecuador. 84 p.

Baeza, R., Vázquez, J.A., 2014. Transición de un modelo de regresión lineal múltiple predictivo, a un modelo de regresión lineal simple explicativo con mejor nivel de predicción: Un enfoque de dinámica de sistemas. *Rev. Fac. Ing. Univ. Antioquia*. N. 71, pp. 59-71.

Barker, D.J., Ferraro, F.P., La Guardia, R., Mark, R., López, F., Albrecht, K.A., 2010. *Analysis of Herbage Mass and Herbage Accumulation Rate Using Gompertz Equations*. *Agronomy Journal*, Volumen 102, Issue 3. Disponible en: <http://es.slideshare.net/> [Consultado: 3 de febrero 2019]

Beltran, L. S., Hernández, G. A., García, M. E., Pérez, P. J., Kohashi, S. J., Herrera, H. J. G., 2005. Efecto de la altura y frecuencia de corte en el crecimiento y rendimiento del pasto Buffel (*Cenchrus ciliaris* L.) en un invernadero. *Rev. Agrociencia*, 39 (2), pp:137-147.

Benítez, D., Fernández, J.L., Ray, J., Ramírez, A., Torres, V., 2007. Factores determinantes en la producción de biomasa en tres especies de pastos en sistemas racionales de pastoreo en el Valle del Cauto, Cuba. *Revista Cubana de Ciencias Agrícolas*, 41(3).

Bingham, N.H. y Frees, J. M., 2010. *Regression Linear Models in Statistics*. Imperial College. London, UK, 282 p.

Blasco, A., 2013. La descripción del crecimiento. [En línea] En: <http://www.dcam.upv.es/dcia/ablasco/Unpublished/U2.-%20ITO6.PDF> [Consultado: 20 de enero 2019].

Bonnans, J.F., Gilbert, J.C., Lemarechal, C., Sagastizábal, C.A., 2002. *Numerical Optimization: Theoretical and Practical Aspects*. New York, U.S.A. Springer-Verlag New York, Inc.

Botrel, M.A., Pereira, A.V., Freitas, V., Ferreira, X., 2000. *Potencial Forrageiro de Novos Clones de Capim-Elefante*. Rev. Bras. Zootec, 29, 334.

Cabrera, E.J., Sosa, E.E., Castellanos, A.F., Gutiérrez, A.O., Ramírez, J.H., 2009. Comparación de la concentración mineral en forrajes y suelos de zonas ganaderas del estado de Quintana Roo, México. Vet. Méx., 40, p.167.

Calzada, J.M., Ortega, J., Enrique, J.F., Hernández, A., Ortega, E., Mendoza, S.I., 2014. Análisis de crecimiento del pasto maralfalfa (*Pennisetum* sp.) en clima cálido subhúmedo. Revista mexicana de ciencias agropecuarias, 5(2), pp: 247-260

Calzada, J.M., Ortega, J., Enrique, J.F., Hernández, A., Vaquera, H., Escalante, J.A., 2018. Análisis de crecimiento del pasto Taiwan (*Pennisetum purpureum* Schum) en clima cálido subhúmedo. Agro productividad, 11(5), pp: 69-75.

Candelaria, B., Rosado, O., López, G., Pérez, P., Martínez, A., y Vargas, L., 2011. *Aplicación de modelos de simulación en el estudio y planificación de la agricultura. Tropical and subtropical agroecosystems*. [En línea] En <http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1870-04622011000300004&lang=pt> [recuperado 20 de febrero de 2018]

Casas, G A, Rodríguez, D., Afanador, G., 2010. Propiedades matemáticas del modelo de *Gompertz* y su aplicación al crecimiento de los cerdos. Rev. Colomb. Cienc. Pecu. 23(3), pp. 349-358.

Castro, I. y Hétier J.M., 2015. Modelización y experimentación agronómica Tierras llaneras de Venezuela : tierras de buena esperanza. [libro] Mérida: Consejo de Publicaciones de la Universidad de los Andes, [En Línea] En <<https://numerisud.ird.fr/documents-et-films/publications/Modelizacion-y-experimentacion-agronomica>> [recuperado 15 de marzo de 2018].

Cejas, C., Novua, O., Pérez, J., Hernández, A., 2007. Modelación del comportamiento de formaciones vegetales cubanas ante un aumento de la temperatura. Repositorio Dspace, [En línea] En <<http://repositorio.geotech.cu/xmlui/handle/1234/424>> [recuperado el 20 de julio de 2018].

Chacón, P. A., Vargas, C.F. 2009. Digestibilidad y calidad del *Pennisetum purpureum* vc. king grass a tres edades de rebrote. Nota Técnica. Agronomía Mesoamericana 20, p:399.

Clavero, T., Caraballo, L., González, R., 2000. Respuesta del pasto elefante enano *Cenchrus purpureus* cv Mott. al pastoreo. Producción de biomasa y características de crecimiento. Rev. Fac. Agron. (LUZ), 17, p.71.

Clavero, T., Razz, R., 2009. Valor nutritivo del pasto Maralfalfa (*Cenchrus purpureus* x *Cenchrus glaucum*) en condiciones de defoliación. Rev. Fac. Agron. (LUZ), 26, p.78.

Confalone, A., Navarro, M., Vilatte, C., Aguas, L., 2010. Uso del modelo exponencial en un cultivo de soja. En: X Reunión Argentina y IV Latinoamericana de Agrometeorología, [En línea] En <<http://agro.unc.edu.ar/~clima/AADA/Congresos/MDQ/86.htm>> [Consultado: 23 de junio del 2017].

Cornejo, O., Rebolledo, R., 2016. Estimación de parámetros en modelos no lineales: algoritmos y aplicaciones. Revista EIA. 13(25), pp. 81-98.

Crespo, G. 1981. Respuesta de la Pangola (*Digitaria decumbens* Stent) y Guinea (*Panicum maximum* Jacq) al fertilizante nitrogenado a través del año. Tesis en opción al grado de Doctor en Ciencias Agrícolas. ICA, La Habana.

Crespo, G. 2010. Utilización de residuales de las instalaciones pecuarias para la producción de pastos y forrajes tropicales. Resúmenes. Congreso 45 Aniversario del Instituto de Suelo y VII Congreso de la Sociedad Cubana de la Ciencia del Suelo. La Habana, Cuba. 41 p.

Crespo, G., Ruiz, T.E. & Álvarez, J. 2011. Efecto del abono verde de *Tithonia (T. diversifolia)* en el establecimiento y producción de forraje de *P. purpureum* vc. Cuba CT-169 y en algunas propiedades del suelo. Rev. Cubana de Cienc. Agríc, 45, p. 79.

Cruz, J. M., Ray, J.V., Ledea, J. L, Arias, R. C., 2017. Establecimiento de nuevas variedades de *Cenchrus purpureus* en un ecosistema frágil del valle del Cauto. Revista de producción Animal, 29(3), pp 29-35.

Cuevas, R., 2014. Matemáticas para la toma de decisiones. [En línea] En <<http://www.itescam.edu.mx/principal/sylabus/fpdb/recursos/r76474.pdf>>.[Recuperado el 20 de Noviembre de 2017]

De la Fuente, J.L. (1995). Tecnologías computacionales para sistemas de ecuaciones, optimización lineal y entera. Editorial Reverte S.A. 762 p.

DEL POZO, J., 2016. Vigilancia Sindrómica en gallinas ponedoras de dos unidades comerciales de la provincia de Artemisa. Trabajo de Diploma, Facultad de Medicina Veterinaria, Universidad Agraria de la Habana, Cuba.

Del Pozo, P.P., 1998. Análisis del crecimiento del pasto estrella *Nlemfuensis*) bajo condiciones de corte y pastoreo. Tesis en opción al grado de Doctor en Ciencias Agrícolas. ISCAH-ICA, La Habana, Cuba. 105 p.

Del Pozo, P.P., 2004. Bases ecofisiológicas para el manejo de los pastos tropicales. Producción Bovina de Carne. [En línea] En <http://www.produccionanimal.com.ar/produccion_y_manejo_pasturas/pastoreo%20sistemas/00-pastoreo%20sistemas.htm>, [Recuperado: 22 febrero 2018].

Del Pozo, P.P., Herrera, R.S., 1995. Modelado del crecimiento del pasto estrella (*Cynodon nlemfuensis*). 1. Modelo multiplicativo con control de la curva de crecimiento y los efectos ambientales. Revista de pastos y forrajes, 18(2).

Dey, D. K., Ghosh, S., Mallick, B. K., 2011. *Bayesian modelling in bioinformatics*. Chapman & Hall/CRC. Boca Raton. 468 pp.

Díaz, D., 2007. Evaluación agronómica de nuevas variedades *Cenchrus purpureum* en condiciones de sequía el Valle del Cauto. Tesis en opción al Título Académico de Máster en Pastos y Forrajes. Universidad de Matanzas "Camilo Cienfuegos", 84 p.

Díaz, R., Sanglier, G., Guardiola, A., 2015. Aplicación del método de los mínimos cuadrados para la obtención de los parámetros de los modelos de Henderson y Chung-Pfost. Educación Química, 26(2), p 139-145.

Di Rienzo, J.A., Balzarini, M., Casanoves, F., González, L., Tablada, M., Guzmán, W., Robledo, C.W., 2012. Software estadístico InfoStat. Estadística y Biometría. Facultad de Ciencias Agropecuarias. Universidad Nacional de Córdoba. Argentina.

Distel, R.A., Moretto, A.S., Didoné, N.G., 2007. *Regrowth capacity in relation to defence strategy in Stipa clarazii and Stipa trichotoma, native to semiarid Argentina*. Austral Ecology, 32, p.651.

Domínguez, J., Rodríguez, F.A., Núñez, R., Ramírez, R., Ortega, J.A., Ruiz, A., 2013. *Adjustment of nonlinear models and estimation of growth parameters in tropicane cattle*. Agrocencias, 47(1), p. 25-34pp.

Duke, J.A., 1981. *The gene revolution. Paper 1*. En: *Office of Technology Assessment, Background papers for innovative biological technologies for lesser developed countries*. USGPO. Washington. p. 89.

Edwards E.J., Smith, S.A., 2010. *Phylogenetic analyses reveal the shady history of C4 grasses*. Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 107, p 2532.

Faría, J., González, B., Chirinos, Z., 2007. Producción forrajera de cuatro germoplasmas de *Cenchrus purpureum* en sistemas intensivos bajo corte. ITEA. Producción animal, Extra 28, p.360.

Febles, G. J., Herrera, R.S., 2006. Introducción y características botánicas. En: *Cenchrus purpureum* para la ganadería tropical. Eds. Herrera. R.S..Febles. G. y Crespo. G. Ed. Instituto de Ciencia Animal. La Habana. Cuba. 12 p.

Fernández, D. P & Valdés, L. R. 2009. Frecuencia de cortes en caña de azúcar (*Saccharum officinarum*) y King grass (*Pennisetum purpureum*). Ciencia y tecnología ganadera 3:21

Fernández, L., Menéndez B. A., Guerra, C. W., 2004. *Comparative study of different functions for the analysis of the location curve in the genotype Siboney de Cuba*.

Fernández, L., Menéndez B. A., Guerra, C. W., 2005. *Factors affecting milk yield in the Siboney de Cuba genotype*. Linear models with controlled lactation curve effect. Cuban J. Agric. Sci. 39:255.

Fernando, D., González, J.L., Rivera, M., Cárdenas, E., 2013. Inferencia estadística Módulo de regresión lineal simple. Universidad del Rosario. Bogotá D.C.

Ferrando, I., Albarracín, L.I., Gallart, C., García, L.I., Gorgorió, N., 2017. Analisis de modelos matemáticos producidos durante la resolución de problemas de Fermi. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*. 31(57), pp 220-242.

Figuerola, S.C., 2013. Modelo de Regresión no Lineal. [En línea] En<http://cms.dm.uba.ar/academico/carreras/licenciatura/tesis/2013/Selva_Figuerola.pdf> [recuperado: 24 de septiembre de 2018].

Fortes, D., 2012. Comportamiento morfofisiológico de *Cenchrus purpureum* vc. Cuba CT-115 utilizado como banco de biomasa. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Agrícolas. 102 p.

Friedrich, T. 2014. Producción de alimentos de origen animal. Actualidad y perspectivas. Rev. Cuban. Cienc. Agríc, 48, p.5.

García, C.R., Martínez, R.O., Tuero, R., Cruz, A.M., Romero, A., Noda, L., 2007. Caracterización de la dinámica de crecimiento y calidad del *Panicum maximum* vc. Mombaza en un suelo ferralítico de provincia La Habana. II Congreso de Producción Animal Tropical. Eds. M.F. Díaz, R.S. Herrera, T. Ruíz. Cuba. p. 231

García, C.R., Martínez, R.O., Tuero, R., Cruz, A.M., Romero, A., Estanquero, L., Noda, A., Torres, V., 2009. Evaluación de *Panicum maximum* vc. Mombaza y modelación de indicadores agronómicos durante tres años en un suelo ferralítico rojo típico de la provincia La Habana. Revista Cubana de Ciencias Agrícolas, 43(3).

Giraldo, L.M., Lizcano, A.J., Gijssman, A.J., Rivera, B., Franco, L.H., 1998. Adaptación del Modelo DSSAT para simular la producción de *Brachiaria decumbens*. Pasturas Tropicales, 20(2).

Gómez, S., Torres, V., García, Y. Fraga, L. M., Sarduy, L., & Savón, L., 2012. *Comparison of models of fixed and mixed effects on the analysis of an experiment with mutant strains of cellulosic fungus Trichoderma viride*. Cuban J. Agric. Sci., 46, p.127.

Grajales, R., Alonso, J., Ocampo, E. M., Hernández, B., Jimenes, Y. J., Aguilar, J. O., Pérez, L. I., Aguilar, E., Tuero, R., 2018. Evaluación de cultivares de *Cenchrus purpureus* para la producción de forraje. Investigación ganadera para el desarrollo rural. 30(2).

Guerra, C. W., Cabrera, A., Fernández, L., 2003. Criterios para la selección de modelos estadísticos en la investigación científica. Revista Cubana de Ciencias Agrícolas. 37(1), pp 3-10.

Gutiérrez, L., 2016. Métodos numéricos para resolver ecuaciones y problemas de optimización no lineales. Tesis presentada para obtener el título de Ingeniero petrolero. Universidad nacional autónoma de México.

Hernández, J., Pérez, J., Bosch, I., Castro, S., 2015. Clasificación de los suelos de Cuba. Ed. Ediciones INCA, Mayabeque, Cuba. ISBN 978-959-7023-77-7. 93p.

Herrera, J., González, F., Zamora, E., 2010. Coeficientes de cultivo (Kc) del *King grass* para diferentes épocas del año y edad de la planta. Rev. Científica Téc. Agr. San José de las Lajas, 19, p. 80.

Herrera, R.S., 2005. Mejoramiento de *Cenchrus purpureus* en Cuba. Memorias I Congreso Internacional de Producción Animal. II Fórum Latinoamericano de Pastos y Forrajes. Ciudad de La Habana. Cuba.

Herrera, R.S. 2006a. Ecofisiología. Su relación con la producción de pastos. Curso impartido en la Universidad de Nariño, Colombia, p. 1-134, CD-ROM.

Herrera, R. S., 2006b. Fisiología, calidad y muestreos. En: Fisiología, producción de biomasa y sistemas silvopastoriles en pastos tropicales. Abono orgánico y biogás. R.S. Herrera, I. Rodríguez y G. Febles (Eds.). EDICA, La Habana con la colaboración de la Universidad de Santa Catarina, Brasil. p. 361.

Herrera, R.S. 2008. Suelo y clima. Su influencia en la producción de biomasa. Curso de producción de pastos. Maestría de producción animal para la zona tropical. ICA. CD-ROM.

Herrera, R.S., Fortes, D., García, M., Cruz, A. M., Romero, A., 2009. Estudio de los pigmentos verdes en variedades de *Cenchrus purpureum* en distintos momentos del año y con diferentes edades de rebrote. Rev. Cubana Cienc. Agríc, 43, p.67.

Herrera, R.S., Padilla, C.R., 2010. Producción de biomasa. En: Cursos Pre congreso. III Congreso de Producción Animal Tropical. Instituto de Ciencia Animal, La Habana, Cuba. CD-ROM.

Herrera, R. S., Ramos, N., 2006. Factores que influyen en la producción de biomasa y la calidad. En: *Cenchrus purpureum* para la ganadería tropical. Eds. Herrera, R.S., Febles, G. y Crespo, G. Ed. Instituto de Ciencia Animal. La Habana. Cuba. p.79.

Ibarra, G., León, J., 2001. Comportamiento bajo corte de dos variedades de *Cenchrus purpureum*: Taiwan 801-4 y Taiwan 144 en condiciones de secano. Rev. Prod. Anim, 13, p.31.

Jansen, D.M. 1995. Uso de integración según Gauss paracalcular la fotosíntesis en modelos de simulación decrecimiento de cultivos. Revista de Matemática: Teoría yAplicaciones 1, p.15

Jay, O., 2012. Metodología para la comparación de tratamientos en modelosde regresión no lineal aplicados a procesos biológicos. Tesis presentada en opción al título de Doctor en Ciencias Veterinarias, Instituto de Ciencia Animal, La Habana, Cuba. 100 p.

Jones, J. W., Hoogenboom, G., Porter, C. H., Boote, K. J., Batchelor, W D., Hunt, L. A., Wilkens, P W., Singh, U., Guzman, A. J. & Ritchie, J. T., 2003. The DSSAT Cropping System Model. Eur. J. Agron, 18, p.235.

Kiviste, A. J., G., Álvarez, A., Rojo, A., Ruíz, D. 2002. Funciones decrecimiento de aplicación en el ámbito forestal. Ministerio de Ciencia y Tecnología. Instituto de Investigaciones y Tecnología Agraria y Alimentaría. Madrid. 190 p.

Larduet, R., Savón, L. 1995. Prediction of protein quality from a model of N digestion and metabolism in pigs with non-conventional rations. Cuban J. Agric. Sci, 29, p. 1.

Ledeá, J.L, Benítez, D.G, Arias, R.C, Guerra, A., 2017. Comportamiento agronómico de cultivares de *Cenchrus purpureus* tolerantes a la salinidad. Revista de producción animal, 29(3), pp 18-28.

Leão, F.F., 2009. *Citogenética e potencial Forrageiro de combinações genômicas de capim-elefante e milheto. Tese apresentada à para obtenção do título de Doutor.* Universidade Federal de Lavras, Brasil. 112 p.

Lemaire, G., 2001. *Ecophysiology of grasslands: dynamics aspects of forage plant population in grazed swards.* Proc. XIX International Grassland Congress. São Paulo, Brasil. p. 29.

Leonard, I., Vargas, J.C., Uvidia, H., Torres, V., 2014. Influencia del método de siembra sobre la curva de crecimiento del *Cenchrus purpureus* vs King grass en la Amazonía. Revista Amazónica Ciencias y Tecnología, 3(1).

Leonard, I., Vargas, J.C., Uvidia, H., Torres, V., Verdecía, D.M., Ramírez, J.L., Andino, M., 2017. Las curvas de crecimiento de dos pastos introducidos en Ecosistemas Amazónicos. Revista electrónica de veterinaria, [En línea] En <<http://www.redalyc.org/html/636/63652580013/>> [recuperado: 20 de junio de 2018].

León, J., Ibarra, G., Iglesias, O., 2000. *Cenchrus purpureum* cv. CRA-265 en condiciones de secano. Parámetros agronómicos y valor nutritivo. Rev. Prod. Animal, 12, p.17.

López, J.L., 2016. Modelación y simulación del rendimiento del pasto estrella (*C. nlemfuensis*) bajo diferentes condiciones de manejo y escenarios climáticos. Tesis en opción al grado científico master en Biomatemática.

López, V., Menchaca, M. A., 1989. *Statistical characterization of calf and heifer growth throughout live weight performance*. Cuban J. Agric. Sci, 23, p.131.

Magalhaes, J.A., López, E.A., Rodríguez, B.H., Costa, L.N., 2006. *Influencia da adubaçãonitrogenada e da idade de corte sobre o rendimentoforrageiro do capim-elefante*. Rev.CienciaAgronómica, 37, p. 91.

Maldonado, L.F., 2013. El modelamiento matemático en la formación del ingeniero. Producción. Ediciones Universidad Central, Bogotá.

Márquez, F., Sánchez, J., Urbano, D., Dávila, C., 2007. Evaluación de la frecuencia de corte y tipos de fertilización sobre tres genotipos de pasto elefante (*Cenchrus purpureus*). 1. Rendimiento y contenido de proteína. Zootecnia Trop, 25, p. 253.

Martínez, H.J., Rivas, I., 2010. El problema de mínimos cuadrados no lineales: métodos de solución. [En línea] En<<https://www.unicauca.edu.co/matematicas/eventos/optimizacion/ponencias/H%C3%A9ctor-Mart%C3%ADnez.pdf> > [recuperado: 15 de octubre de 2018].

Martínez, R. O., Herrera, R.S., Monzote, M., Cruz, R., 1986. El cultivo de tejidos y la obtención y selección de mutantes. En: Los pastos en Cuba. Tomo 1, Producción. EDICA, Instituto de Ciencia Animal, La Habana.

Martínez, R.O., Herrera, R.S., Cruz, R., Torres, V., 1994. Cultivo de tejido y fitotecnia de las mutaciones de los pastos tropicales. *Pennisetum purpureum* ejemplo para la obtención de nuevos clones. Rev. cubana de Ciencias agrícolas, 30(1).

Martínez, R.O. & Herrera, R.S. 2006. Empleo del Cuba CT-115 para solucionar el déficit de alimentos durante la seca. En: Producción y manejo de los recursos forrajeros tropicales. M.E. Velasco, A. Hernández, R.A. Pérez y B. Sánchez. (Eds.) Univ. Autónoma de Chiapas, México. p. 75.

Martínez, R. O., Tuero, R., Torres, Verena y Herrera. R. S., 2010. Modelos de acumulación de biomasa y calidad en las variedades de hierba elefante, Cuba CT-169, OM-22 y king grass durante la estación lluviosa en el occidente de Cuba. *Revista Cubana de Ciencias Agrícolas*, 44, p. 189.

Menchaca, M., 1990. *The use of the stage models for describing animal growth curves*. Cuban J. Agric. Sci, 24, p. 31.

Menchaca, M. A., Jérez, I., 1986. *Evaluation of three tropical grasses 1. Statistical treatment*. Cuban J. Agric. Sci, 20, p.223.

Menchaca, M. A., Ruiz, R., 1987. *A note on the algebraic representation of liveweight and consumption during lactation of dairy cows*. Cuban J. Agric. Sci, 21, p. 1.

Menchaca, M., Valdés, G., Brito, M., 1993. *A study on the performance of grazing animals through the use of a growth multiplicative model*. Cuban J. Agric. Sci, 27, p.11.

Murillo, L., Chacon, E., De la Rivera, J., Álvarez, G., Álvarez, P., Plúa, K., (2015). Rendimiento y calidad de las especies del género *Pennisetum* en Ecuador. *REDVET*, 16 (8), pp: 1-10.

Mota, V.J.G., Reis, S.T., Sales, E.C., Rocha Júnior, V.R., Oliveira, F.G., Walker, S.F., Martins, C.E., Cóser, A.C., 2010. *Lâminas de irrigação e doses de nitrogênio em pastagem de capim elefante no período seco do ano no norte de Minas Gerais*. Rev. Bras. Zootec, 39, p. 1191.

Newman, E. I. 2000. Applied ecology y environmental management Blackwell Science, London, UK.

Nobre, P.R., Misztal, I., Tsuruta, S., Bertrand, J.K., Silva, L.O., 2003. *Analysis of growth curves of nellore cattle by multiple-trait and random regression models.* J AnimSci, 81, pp. 918-926.

Novales, A., 2010. Análisis de Regresión. [En línea] En <<https://www.ucm.es/data/cont/docs/518-2013-11-13Analisis%20de%20Regresion.pdf> >[Recuperado: 25 de septiembre de 2018].

Ortíz, J. 2000. Modelación y simulación matemática del reciclaje de N. P y Ken sistemas de pastoreo vacuno en Cuba. Tesis presentada en opción altítulo de Doctor en Ciencias Veterinarias, Instituto de Ciencia Animal, La Habana, Cuba. 116 p.

Padilla, C., Ayala, J.R., 2006. Plantación y establecimiento. En: *Cenchrus purpureus* para la ganadería tropical. Eds. R. S. Herrera, G. J. Febles y G. J. Crespo (Eds.). EDICA, Instituto de Ciencia Animal, Cuba. p. 39.

Palma, D. A., Raudez, M. A., 2018. Caracterización de dos cultivares de *Pennisetum sp.* Cuba CT-169 (*Pennisetum purpureum* x *Pennisetum tiphoides*) y Cuba OM-22 (*Pennisetum purpureum* x *Pennisetum glaucum*) Managua, 2016. Tesis presentada en la opción al título de Ingeniero Zootecnista.

Parra, W., 2008. Evaluación de clones de *Cenchrus* para la producción de biomasa. Tesis de Diploma. Instituto de Ciencia Animal. La Habana, Cuba.

Parsons, A.J., Johnson, I. R. & Harvey, A.1988. *Use of a model to optimize the interaction between frequency and severity of intermittent defoliation and to provide a fundamental comparison of the continuous and intermittent defoliation of grass.* Grass and Forage Science, Volume 43, Issue 1, pages49-59

Paula, M.B., Evangelista, A.R., Lima, J.A., Nogueira, A., 2000. *Nutricao mineral e crescimento do CapimNapier (Cenchrus purpureum, Schum.) em diferentes relacoesCa:Mg*. Pasturas tropicales, 22, p.22.

P.C.C. 2011. Lineamientos de la política económica y social del Partido y la Revolución. Partido Comunista de Cuba, La Habana, 38 pp.

Pedreira, C.G., Nussio, L.G., Silva, S.C., 1998. *Condições edafoclimáticas para a produção de Cynodon sp. En: Simpósio sobre Manejo da Pastagem*. 15, Piracicaba. Anais FEALQ. p. 85.

Pegoraro, R.F., Mistura, C., Wendling, B., Fonseca, D.M., Fagundes, J.L., 2009. *Manejo da água e do nitrogênio em cultivo de capim-elefante*. Ciênc. Agrotec, 33, p. 461.

Pérez, F. & Martínez, J.B. 1994. Introducción a la Fisiología Vegetal. Ediciones Mundi-Prensa, Madrid. 217 p.

Ramírez, J.L., 2010. Rendimiento y calidad de cinco gramíneas en el Valledel Cauto. Tesis presentada en opción al título de Doctor en Ciencias Veterinarias, Instituto de Ciencia Animal, La Habana, Cuba, 121p.

Ramírez, J.L., Verdecia, D. y Leonard, I., 2008. Rendimiento y caracterización química del Cenchrus Cuba CT 169 en un suelo pluvisol. REDVET. Revista electrónica de Veterinaria. IX: 1695.

Rebollo, S. y Gómez-Sal, A., 2003. Aprovechamiento sostenible de los pastizales. Ecosistemas, 12(3).

Richards, J.H., 1993. *Physiology of plant recovering from defoliation. Proc. XVII International Grasslands Congress. Palmerston North, New Zealand*. p. 95.

Rivas, G., Luis, A., López, P., Velasco, M., 1993. Regresión no lineal. Revista colombiana de estadística, 14(27).

Rodríguez, J., Gutiérrez, E., Rodríguez, H., 2010. Dinámica de sistemas de pastoreo. Editorial Trillas. México. p. 272.

Rodríguez, L., 2015. Modelación y simulación de la producción de biomasa de *Cenchrus Purpureus Schum* vc. king grass y su aplicación en la alimentación animal. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Veterinarias, Instituto de Ciencia Animal.

Rodríguez, L., Larduet, R., Martínez, R.O., Torres, V., Herrera, M., 2013 b. Modelación de la dinámica de acumulación de biomasa en *Cenchrus purpureum* vc. king grass en el occidente de Cuba. Revista Cubana de Ciencias Agrícolas, 47(2).

Rodríguez, L., Larduet, R., Ramos, N., Martínez, R.O., 2013 a. Modelación del rendimiento de materia seca de *Cenchrus purpureum* vc. king grass con diferentes frecuencias de corte y dosis de fertilización nitrogenada. Revista Cubana de Ciencias Agrícolas, 47(3).

Rodríguez, L., Torres, V., Martínez, O., Herrera, M., Noda, A. & Jay, O. 2007. Modelación matemática de la dinámica de producción del pasto *Pennisetum purpureum* Cuba CT-115 en época de lluvia. II Congreso de Producción Animal Tropical. I Taller de Informática y Bioestadística Aplicada a las Ciencias Agropecuarias. Eds. M.F. Díaz, R.S. Herrera, T. Ruíz. 368 pp.

Rodríguez, L., Torres, V., Martínez, R.O., Jay, O., Noda, A.C., Herrera, M., 2011. Modelos para estimar la dinámica de crecimiento de *Cenchrus purpureum* vc. Cuba CT-169. Revista Cubana de Ciencias Agrícolas, 45(4).

Ruiz, T.E., Torres, V., Febles, G., Díaz, H., González, J., 2012a. Empleo de la modelación para estudiar el crecimiento del material vegetal 23 de *Tithonia diversifolia*. Revista Cubana de Ciencias Agrícolas, 46(1), p 23.

Ruiz, T. E., Torres, V., Febles, G., Díaz, H., González, J., 2012b. Utilización de la modelación para estudiar el crecimiento de *Tithonia diversifolia* colecta 17. Revista Cubana de Ciencias Agrícolas. 46(3) p.243

Ruiz, T. E., Torres, V., Febles, G., Díaz, H., Sarduy, L., González, J., 2012c. Utilización de la modelación para estudiar el crecimiento de *Tithonia diversifolia* colecta 10. Revista Cubana de Ciencias Agrícolas. 46(3) p.237

Rykov, V.V., Balakrishnan, N. & Nikulin, M.S., 2010. *Mathematical and Statistical Models and Methods in Reliability*. Springer New York Dordrecht Heidelberg London. 455p.

Salabert, J. M., Calderano, C.A., Pereira, A.V., Davide, L.C., Viccini, L.F., Santos, M.O., 2009. *Embriogênese somática em híbridos de Cenchrus sp. e avaliação de estabilidade genômica por citometria*. Pesq. agropec. bras., Brasília, 44, p. 38.

Sanches, B., Mendoza, G.D., Plata, F.X., Vargas, L., Martínez, J.A., Arcos, J.L., 2012. Análisis de sensibilidad y evaluación de un modelo de simulación para estimar el balance calórico en bovinos en trópico húmedo. Revista Cubana de Ciencias Agrícolas, 46(1).

Selva, C., 2013. Modelo de regresión no lineal. Tesis de licenciatura Universidad de Buenos Aires, departamento de matemática.

Shimoya, A., Paula, R., Pereira, A.V., Cruz, C.D., Souza, P.C., 2001. Comportamento morfoagronômico de genótipos de Capim elefante. Revista CERES, 48, pp-141.

Sobrinho, F. S., Pereira, A.V., Ledo, F.I.S., Botrel, M.A., Oliveira, J.S., Xavier, D.F., 2005. *Avaliação agrônômica de híbridos interespecíficos entre capim-elefante e milheto*. Pesq. agrop. Bras, 40, p. 873.

Thornley, J.H.M. & France, J., 2007. *Mathematical Models in Agriculture. Quantitative Methods for the Plant, Animal and Ecological sciences*. 2nd ed. Cromwell Press. Trowbridge. 906 p.

Torres, V., Cobo, R., 2015. La Matemática Aplicada en las investigaciones del Instituto de Ciencia Animal, cincuenta años de experiencia. Revista Cubana de Ciencia Agrícola, 49(2), pp 117-125.

Torres, V., Crespo, G., Cuesta, A., 1996. *A note the modeling of the ammonia losses of cow dung under Voisin's rational grazing system*. Cuban J. Agric. Sci., 30, p. 131.

Torres, V., Jordán, H., 1989. Estimación de la materia seca de la bermuda cruzada en función de otros componentes del rendimiento: regresión de Ridge y mínimos cuadrados. *Revista Cubana de Ciencias Agrícolas*, 23(1).

Torres, V., Lazo, J., Ruiz, T.E., Noda, A., 1999. Empleo de la modelación matemática en el estudio del pasto *C. nlemfuensis*. *Revista Cubana de Ciencias Agrícolas*, 33, p. 363.

Torres, V., Ortiz, J., 2005. Aplicaciones de la modelación y simulación en la producción y alimentación de animales de granja. *Rev. Cubana Cien. Agríc.*, 39, p.397

Torres, V., Ortiz, J., Crespo, G., Rodríguez, I., Mederos, R. E., 2001. Simulación del balance anual en Sistemas de Pastoreo Bovino. VI Reunión Regional de Biometría. *Revista Cubana de Ciencia Agrícola*, Costa Rica

Torres, V., Sampaio, I., Fundora, O., 2009 *Stochastic model of the productive performance in the growing stage of water buffaloes in Cuba*. *Cuban J. Agric. Sci.*, 43, p. 111.

Torres, V., Sampaio, I., Meyer, R., Noda, A., y Sarduy, L., 2012. Criterios de bondad de ajuste en la selección de modelos no lineales en la descripción de comportamientos biológicos. *Revista Cubana de Ciencias Agrícolas*. 46(4), pp. 345-350.

Uvidia, H., Leonard, I., Benítez, D. Buestan, D., 2013. Dinámica del crecimiento de la Maralfalfa (*Pennisetum* sp.), en condiciones de la Amazonia Ecuatoriana. *Revista Amazónica Ciencia y Tecnología*. 2(1), p:14-18.

Valenciaga, D., Chongo, B., Herrera, R.S., Torres, V., Oramas, A., Cairo, J.G., Herrera, M., 2009. Efecto de la edad de rebrote en la composición química de *Pennisetum purpureum* vc. Cuba CT-115. *Rev. Cubana Cienc. Agríc.*, 43, p. 73.

Valle, C.B., Euclides, V.P.B., Macedo, M.C.M., 2001. *Selecting new Brachiaria for Brazilian pasture*. En: International Grassland Congress, 19, São Pedro. Piracicaba, FEALQ (CDRom).

Vázquez, Y., 2012. Modelación Estadístico-Matemática con variables mixtas para el estudio de la sostenibilidad social en una empresa ganadera bovina. Tesis presentada en opción al grado científico de doctor en ciencias veterinarias, Universidad Agraria de la Habana, San José de las Lajas, Cuba. 99 p.

Vilchez, J., Martínez, L., Albany, N., 2015. Comparación del crecimiento en vivero entre plántulas y vitroplantas de guayabo cultivar enana roja cubana Eea-1840. *Interciencia: Revista de ciencia y tecnología de America*. 40(4), pp 270-274.

Villanueva, J.F. 2008. *Effect of defoliation patterns and developmental morphology on forage productivity and carbohydrate reserves in WW-B.Dahl grass [Bothriochloa bladhii (Retz) S.T. Blake]*. Tesis en opción al grado de Doctor en Agronomía. Texas Tech University, USA., p 311.

Villegas, D. A., Valbuena, N., Milla, M. E., 2018. Un algoritmo en el entorno del software R para modelar el rendimiento de materia seca en pastos con fertilización nitrogenada. *Rev. De investigación agroproducción sustentable*. 2(3), pp 91-100.

Vinuesa, P., 2016. Regresión lineal simple y polinomial: teoría y práctica. [En línea] En

<http://www.ccg.unam.mx/~vinuesa/R4biosciences/docs/Tema9_regresion.html>
recuperado el 23 de septiembre de 2018.

Whittle, T. Clark, and T. Kühne, Eds., 2011. *Model Driven Engineering Languages and Systems, 14th International Conference, MODELS 2011, Wellington, New Zealand, October pp.16-21, 2011. Proceedings*.