



UNIVERSIDAD AGRARIA DE LA HABANA
“Fructuoso Rodríguez Pérez”



FACULTAD DE CIENCIAS TÉCNICAS
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

INSTITUTO DE CIENCIA ANIMAL
DPTO. DE BIOESTADÍSTICA APLICADA



Modelación estadística-matemática de la dinámica de crecimiento de
***Tithonia diversifolia* en el período lluvioso.**

Tesis presentada en opción al título de Máster en Biomatemática

Autora: Lic. Yolaine Medina Mesa

Mayabeque, 2022
“Año 64 de la Revolución”



UNIVERSIDAD AGRARIA DE LA HABANA
“Fructuoso Rodríguez Pérez”



FACULTAD DE CIENCIAS TÉCNICAS
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS

INSTITUTO DE CIENCIA ANIMAL
DPTO. DE BIOESTADÍSTICA APLICADA



Modelación estadística-matemática de la dinámica de crecimiento de
***Tithonia diversifolia* en el período lluvioso.**

Tesis presentada en opción al título de Máster en Biomatemática

Autora: Lic. Yolaine Medina Mesa

Tutores:

Dra. C. Magaly Herrera Villafranca

Dra. C. Verena Torres Cárdenas

Dr. C. Tomás Elías Ruiz Vázquez

Mayabeque, 2022
“Año 64 de la Revolución”

Pensamiento



"No se puede dirigir si no se sabe analizar, si no hay datos verídicos, si no hay todo un sistema de recolección de datos confiables, si no hay toda una preparación de un sistema estadístico, con hombres habituados a recoger el dato y transformar el número"

Ernesto "Che" Guevara

Dedicatoria

- ❖ A mi preciosa niña Elianis por llenar mi vida de amor, porque todo este esfuerzo ha sido por ella.
- ❖ A mis padres por su dedicación y esfuerzo para que hoy pueda graduarme y por su amor incondicional.
- ❖ A mis abuelos por la crianza que me dieron y por todo el amor y cariño que me han ofrecido siempre.
- ❖ A mi hermano por brindarme su apoyo en todo momento y ayudarme con la niña cuando más lo he necesitado.
- ❖ A mi novio por su paciencia, amor, cariño y por el apoyo que me ha dado en los momentos difíciles.
- ❖ A mis tíos y primos por su preocupación y ayuda.
- ❖ A la memoria de mi abuelo (E.P.D).
- ❖ A la Revolución que me ha permitido superarme y ser cada día mejor.

Agradecimientos

Mis más sinceros agradecimientos a todas las personas que de una forma u otra me ayudaron y apoyaron para la culminación de esta investigación.

❖ A la Dra. C. Magaly Herrera Villafranca, por su gran dedicación, apoyo incondicional, su preocupación, sus consejos, observaciones oportunas y enseñarme que siempre que uno se proponga las cosas las alcanza, porque más que una tutora y amiga ha sido como una madre para mí.

❖ Al Dr. C. Tomás Elías Ruiz Vázquez por su ayuda y orientación, por el tiempo dedicado, los conocimientos aportados y facilitación de la información para la realización de esta investigación.

❖ A la Dra.C. Verena Torres Cárdenas, por su preocupación, por ayudarme con la orientación de esta investigación y siempre que lo he necesitado, por sus observaciones oportunas que ayudaron a mejorar el material de tesis.

❖ Al claustro de profesores de la maestría, por su contribución en mi formación profesional durante el transcurso de estos dos años, por transmitirme sus conocimientos y experiencias.

❖ A la profe Dra. C. Lucía Fernández Chaurey por transmitirme optimismo, por alentarnos, por su entrega y confianza en nosotros y convencernos de que sí se puede.

❖ A mis compañeros de clases, quienes me ayudaron siempre que lo necesité y me acompañaron en esta trayectoria de aprendizaje.

❖ A mis amigas la Dra. C. Sarai Gómez Camacho y Dra. C. Lourdes Rodríguez Shade por su constante preocupación, por estar siempre dispuestas a ayudarme, por sus consejos, cariño y atención esmerada.

❖ A mis compañeros del departamento de Bioestadística Aplicada: Alejandro Lucía, Yaneily y Mildrey por su apoyo incondicional, por darme aliento para seguir adelante, por su preocupación, transmitirme sus conocimientos y ayudarme cuando lo he necesitado.

❖ A mi mamá y mi suegra por ayudarme con la niña siempre que lo he necesitado para culminar con este proyecto, sino no hubiera sido posible avanzar.

❖ A la Dra. C. Idalmis Rodríguez por su preocupación, por la facilitación de información referente al tema y sus consejos para la mejora del documento de tesis.

❖ A Edis Dalia, Caridad por su constante preocupación.

❖ A Nidia, Yoleisy, Yaneisy y Mayelin por su preocupación y ayuda incondicional.

❖ A Nidia Fernández y Iraida por su colaboración en la encuadernación del documento de tesis.

❖ A mi vecina Liudmila que sin su colaboración no hubiera sido posible terminar esta investigación.

❖ A la Dra. C. Barbarita Rodríguez por su constante preocupación por mi superación, por estar siempre pendiente del avance de la investigación.

A todos muchas gracias

RESUMEN

La investigación tuvo como objetivo modelar la dinámica de crecimiento de los materiales vegetales 2 y 12 de *Tithonia diversifolia* en el período lluvioso. Se utilizó la información de experimentos realizados por el departamento de Pastos y Forrajes en el Instituto de Ciencia Animal. Se empleó la estadística descriptiva para caracterizar las variables en estudio y se aplicaron modelos lineales y no lineales para describir el comportamiento del crecimiento. Para la selección de los mejores modelos se tuvieron en cuenta diferentes criterios de bondad de ajuste y para su interpretación biológica se calculó la velocidad de crecimiento y punto de inflexión. Los modelos no lineales explicaron más del 95% de la variabilidad de la altura en ambos materiales vegetales. La máxima velocidad de crecimiento se alcanzó a los 55 días para el 2 y a los 42 días para el 12. Los modelos lineales fueron los que se ajustaron al peso seco de la planta íntegra con coeficientes de determinación superiores al 95%. Se encontró una relación lineal entre el peso seco de la planta íntegra y la altura. La caracterización estadística ayudó a identificar que el material vegetal 2 presentó mayor incremento medio en su altura y peso seco de la planta íntegra en el tiempo. El modelo Logístico para el material vegetal 2, y el Gompertz para el 12 fueron los que mejor explicaron la dinámica de crecimiento de la especie para la altura y para el peso seco de la planta íntegra fueron los lineales.

Palabras clave: peso seco de la planta íntegra, materiales vegetales, modelación, criterios estadísticos.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

	Pág.
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	5
1.1 Introducción	5
1.2 Definición de modelo	5
1.2.1 Modelos matemáticos	6
1.2.1.1 Ventajas de la aplicación de un modelo matemático	7
1.2.1.2 Modelos matemáticos que se emplean para la descripción de procesos biológicos. Clasificación.	7
1.3 Modelación matemática	9
1.3.1 Análisis de regresión	10
1.3.2 Selección de modelos. Criterios estadísticos a tener en cuenta	12
1.4 Funciones matemáticas de mayor aplicación para modelar el crecimiento	13
1.4.1 Características de las funciones de crecimiento	14
1.4.2 Fases de crecimiento de los cultivos	16
1.4.3 Rendimiento y Producción de biomasa	17
1.5 Empleo de la modelación matemática en investigaciones de la producción de pastos y forrajes en Cuba	20
1.6 El género Tithonia	22
1.6.1 Características agronómicas	22
1.6.1.1 Adaptación	22
1.6.1.2 Descripción botánica	23
1.6.2 Producción de forraje	23
1.6.3 Factores que influyen en la producción de biomasa	24
1.6.4 Efecto de la época del año	25
CAPÍTULO 2. MATERIALES Y MÉTODOS	27
II.1 Introducción	27
II.2 Métodos de la investigación	27
II.3 Procedimiento experimental	29
II.4 Metodología estadística-matemática	30

CAPÍTULO 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	34
3.1 Introducción	34
3.2 Caracterización de la altura y el peso seco de la planta íntegra en el período lluvioso	34
3.3 Modelación de la altura de la planta con respecto a la edad de materiales vegetales de <i>Tithonia diversifolia</i>	37
3.4 Modelación del peso seco de la planta íntegra con respecto a la edad de materiales vegetales de <i>Tithonia diversifolia</i>	45
3.5 Relación funcional entre el peso seco de la planta íntegra y la altura de la planta	49
CONCLUSIONES	51
RECOMENDACIONES	52
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	

LISTADO DE SÍMBOLOS Y ABREVIATURAS

cm	Centímetros
χ^2	Chi-cuadrado
R^2	Coeficiente de determinación
R^2_{aj}	Coeficiente de determinación ajustado
CV	Coeficiente de variación
CME	Cuadrado medio del error
D.E	Desviación estándar
EE estimac	Error estándar de estimación
DW	Estadístico Durbin Watson
°C	Grados celsius
g	Gramos
g/MS/planta	Gramos de materia seca por planta
gr/m ²	Gramos por metros cuadrados
ha	Hectárea
kg/ha ⁻¹	Kilogramos por hectárea
km	Kilómetro
LN	Latitud norte
LW	Longitud oeste
Máx.	Máximo
MAE	Media absoluta del error
m	Metro
m.s.n.m.	Metros sobre el nivel del mar
mm	Milímetros
mm/año	Milímetros al año
Mín.	Mínimo
%	Por ciento
t	Tiempo
t/ha	Toneladas por hectárea
p	Valor de probabilidad

ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Caracterización de la variable altura de la planta en cada momento de medición para los materiales vegetales 2 y 12	34
Tabla 2. Caracterización de la variable peso seco de la planta íntegra en cada momento de medición para los materiales vegetales 2 y 12	37
Tabla 3. Modelos ajustados entre la edad y la altura de la planta para los materiales vegetales 2 y 12	38
Tabla 4. Prueba de normalidad de los residuos a partir de la dódima de Shapiro-Wilks para los materiales vegetales 2 y 12	43
Tabla 5. Modelos ajustados entre la edad y el peso seco de la planta íntegra para los materiales vegetales 2 y 12	46
Tabla 6. Prueba de normalidad de los residuos para la variable peso seco de la planta íntegra para los materiales vegetales 2 y 12	49
Tabla 7. Modelo lineal ajustado entre el peso seco de la planta íntegra y la altura de la planta para los materiales vegetales 2 y 12	50

ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Comportamiento de la altura de la planta con respecto a la edad del material vegetal 2	41
Figura 2. Comportamiento de la altura de la planta con respecto a la edad del material vegetal 2	41
Figura 3. Gráficos de los residuos de la altura de la planta del material vegetal 2	42
Figura 4. Gráficos de los residuos de la altura de la planta del material vegetal 12	42
Figura 5. Incrementos de la altura de la planta para el material vegetal 2	44
Figura 6. Incremento de la altura de la planta para el material vegetal 12	45
Figura 7. Comportamiento del peso seco de la planta íntegra del material vegetal 2	48
Figura 8. Comportamiento del peso seco de la planta íntegra del material vegetal 12	48
Figura 9. Gráficos de los residuos del peso seco de la planta íntegra del material vegetal 2	49
Figura 10. Gráficos de los residuos del peso seco de la planta íntegra del material vegetal 12	49

INTRODUCCIÓN

En la actualidad los modelos matemáticos se han utilizado en diferentes ramas del conocimiento por la posibilidad de expresar matemáticamente las relaciones entre los fenómenos (Jay, 2012). La aplicación de la modelación estadístico - matemática a través de métodos estadísticos descriptivos e inferenciales, constituye una importante herramienta para la solución de problemas que pueden presentarse en los procesos de investigación (Vázquez, Guerra y Sánchez, 2011; Chávez *et al.*, 2013).

En los estudios agropecuarios se emplea con frecuencia con el fin de buscar relaciones entre dos o más variables. En Cuba, esta técnica fue previamente utilizada en la rama animal (Torres *et al.*, 2001). Sin embargo, en las investigaciones con plantas, específicamente en la evaluación de pastos, los trabajos fueron desarrollados con posterioridad.

Fernández *et al.*, (2019) refieren que el estudio de la dinámica de los procesos agrarios ha estado acompañado de expresiones algebraicas, pero debido a que son sistemas muy complejos por naturaleza, al principio no pudieron resolverse mediante los métodos tradicionales de análisis matemático. En la práctica, estos fenómenos han evolucionado y, en muchos casos, se representan a través de modelos estadísticos - matemáticos, que permiten describir procesos, realizar análisis cuantitativos detallados, predecir el comportamiento de los objetos en diferentes condiciones y desarrollar técnicas para establecer estrategias de trabajo para lograr soluciones y resultados adecuados.

El empleo de modelos matemáticos para la predicción del crecimiento y el rendimiento de los pastos constituye uno de los métodos estadísticos de gran aplicabilidad para caracterizar de forma continua su crecimiento. La utilización e interpretación de estas técnicas permiten conocer el comportamiento y desarrollo de los sistemas productivos (Pan *et al.*, 2018).

En Cuba, la producción de pastos y forrajes constituye una fuente de alimentación fundamental para el ganado bovino con vistas a incrementar la producción de leche y carne. De ahí la necesidad de buscar estrategias de alimentación con el fin de aumentar la eficiencia productiva y disminuir la

dependencia de insumos externos. En este sentido, se han realizado investigaciones en diferentes localidades encaminadas a identificar y evaluar los recursos forrajeros con alto potencial productivo, adecuado valor nutricional y bajos costos de producción (Canu *et al.*, 2018).

Dentro de estos recursos forrajeros se perfila la *Tithonia diversifolia* o “botón de oro” como una planta de interés en la alimentación animal (Mahecha y Rosales, 2005; Botero, Gómez y Botero, 2019). Además, es una especie con buena capacidad de producción de biomasa, rápido crecimiento y baja demanda de insumos y manejo para su cultivo (Gallego *et al.*, 2014).

Sin embargo, son escasas las investigaciones donde se emplean los modelos estadísticos - matemáticos para determinar el momento óptimo de crecimiento y utilización de esta planta. Su correcta aplicación permitirá describir el comportamiento del crecimiento de dicha especie en el período lluvioso y facilitará la toma de decisiones para investigadores, productores y empresarios con bases científico-técnicas para la definición de alternativas de manejo.

A partir de los elementos antes expuestos se plantea el siguiente:

Problema científico

¿Cómo será la respuesta del crecimiento de los materiales vegetales 2 y 12 de *Tithonia diversifolia* en el período lluvioso?

Objeto de estudio

La dinámica de crecimiento de *Tithonia diversifolia* en el período lluvioso.

Para dar respuesta al problema se sustenta la siguiente:

Hipótesis

La modelación estadística-matemática de la dinámica de crecimiento de los materiales vegetales 2 y 12 de *Tithonia diversifolia* en el período lluvioso aportará criterios para el manejo adecuado de esta especie.

Con el fin de dar solución al problema de investigación se definió como:

Objetivo general

Modelar la dinámica de crecimiento de los materiales vegetales 2 y 12 de *Tithonia diversifolia* en el período lluvioso.

Campo de acción

Modelación estadístico - matemática de la dinámica de crecimiento de *Tithonia diversifolia*.

Objetivos específicos

1. Establecer los referentes teóricos y metodológicos que sirvan de sustento para la modelación del crecimiento de *Tithonia diversifolia*.
2. Caracterizar el crecimiento de los materiales vegetales 2 y 12 de *Tithonia diversifolia* en el período lluvioso.
3. Describir el comportamiento de la dinámica de crecimiento de los materiales vegetales 2 y 12 de *Tithonia diversifolia* en el período lluvioso.

Novedad científica

La novedad científica de este trabajo radica en que se modeló la dinámica de crecimiento de los materiales vegetales 2 y 12 de *Tithonia diversifolia* para conocer su comportamiento.

Aporte científico

Obtención de los modelos estadísticos - matemáticos de mejor ajuste para describir el comportamiento de los materiales vegetales 2 y 12 de *Tithonia diversifolia* en el período lluvioso para contribuir a la utilización eficiente del cultivo.

Aporte teórico

Contribución al conocimiento sobre el crecimiento de *Tithonia diversifolia* a partir de la modelación estadístico – matemática, como complemento de las investigaciones realizadas en el Instituto de Ciencia Animal sobre el empleo de los pastos y forrajes para la alimentación animal.

Aporte práctico

Radica en que se obtuvieron los modelos estadístico - matemático que mejor describen el comportamiento de la altura de la planta y del peso seco de la planta íntegra de los materiales vegetales 2 y 12 de *Tithonia diversifolia* para contribuir a la utilización eficiente del cultivo y auxiliar a investigadores y productores en la toma de decisiones.

Estructura de la tesis

La tesis se compone de partes iniciales (presentación, dedicatoria, agradecimientos, resumen, listados de símbolos y abreviaturas, tabla de contenido, índice de figuras y tablas) y partes principales (introducción, capítulos, conclusiones, recomendaciones, referencias bibliográficas). Los capítulos aparecen estructurados en los contenidos que dan salida al objetivo propuesto, donde:

- ❖ En el Capítulo 1 se abordan los referentes teóricos y metodológicos relacionados con la modelación estadística - matemática, así como su aplicación en investigaciones de la producción de pastos y forrajes en Cuba. Se exponen además las características agronómicas de la *Tithonia diversifolia* y los factores que influyen en la producción de biomasa.
- ❖ En el Capítulo 2 se presentan los materiales y métodos empleados para la caracterización y modelación estadístico – matemática de los materiales vegetales evaluados. Se informan los criterios estadísticos para la selección del modelo de mejor bondad de ajuste y las expresiones matemáticas para describir el comportamiento de las variables en estudio, así como los programas estadísticos empleados para el procesamiento y análisis de los datos.
- ❖ En el Capítulo 3 se discuten los resultados obtenidos de la caracterización de las variables evaluadas en cada material vegetal y de la modelación. Además, se realizan los análisis de normalidad de los residuos y se calculan las tasas de incremento y el punto de inflexión.

CAPÍTULO I. REFERENTES TEÓRICOS Y METODOLÓGICOS SOBRE LA MODELACIÓN DE LA DINÁMICA DE CRECIMIENTO DE *TITHONIA DIVERSIFOLIA*

1.1 Introducción

En el presente capítulo se profundiza en los referentes teóricos existentes sobre la modelación matemática y su aplicación en los pastos y forrajes en Cuba que permiten dar respuesta al primer objetivo específico de la investigación. Se identifican las características agronómicas y los factores que influyen en la producción de biomasa de la *Tithonia diversifolia* para su posterior modelación.

1.2 Definición de modelo

Según Candelaria *et al.*, (2011) un modelo es la representación simplificada de un sistema, donde se describen las variables dependientes e independientes de interés, características y restricciones mediante símbolos, diagramas y ecuaciones. Bocco (2010) plantea además, que es una representación gráfica, esquemática o analítica de una realidad, que sirve para organizar y comunicar de forma clara los elementos que la conforman y sus relaciones. Los modelos son un recurso no solo para entender, explicar o describir un fenómeno, sino también para monitorear, predecir y controlar las variables en estudio (Pérez-Soto *et al.*, 2017).

Budimulyati *et al.*, (2012) definieron al modelo como la expresión de un conjunto complejo de elementos funcionales directa o indirectamente relacionados entre sí de manera causal. Sin embargo, Martínez (2005) refiere que son abstracciones de la realidad que pueden ser aplicados para mejorar la comprensión de fenómenos en el mundo. En diversas áreas de aplicación, como la economía, ingeniería, biología, sociología y medicina, surge el problema de establecer una relación funcional entre las diferentes variables que intervienen en el fenómeno que se está estudiando.

Por tanto, un modelo es la representación de un proceso. Si en un fenómeno biológico se conocen los procesos internos y las relaciones entre ellos,

entonces es posible conocer las funciones (que dependerán de si el modelo es discreto o continuo) que lo describan y a las que llamaremos un modelo matemático del fenómeno biológico.

1.2.1 Modelos matemáticos

En muchas ocasiones es de gran interés no sólo representar un fenómeno sino el conocimiento de lo que ocurrirá en el mismo, cuando las variables involucradas cambien. Aquellas representaciones en las que se explicitan las relaciones entre las variables mediante fórmulas, ecuaciones y uso de números en general se denominan modelos matemáticos (Bocco, 2010).

Según Fredrickson *et al.*, (1970) los modelos matemáticos son una herramienta de gran utilidad para reducir la cantidad de ensayos experimentales en el diseño u optimización de un proceso. De esta forma, brindan un acercamiento más conciso sobre el proceso o sistema, que puede dar una guía al diseño de experimentos que conduzca a aislar los parámetros más importantes para comprender la naturaleza del sistema, con el fin de estimarlos y se obtengan modelos de mayor confiabilidad.

Sin embargo, Velasco (2006) plantea que un modelo matemático se encuentra determinado y definido por el problema biológico que se quiere resolver y la pregunta biológica que se quiere contestar. No es simplemente un conjunto de ecuaciones sino un proceso mediante el cual se define una estrategia de solución de un problema en particular. Para Calderón (2017), los modelos matemáticos son hipótesis existentes entre las relaciones matemáticas de las variables medibles en sistemas, procesos o experimentación.

En sentido general, un modelo matemático resulta una alternativa que permite apoyar diferentes investigaciones en la toma de decisiones, la relación entre variables muestra una representación simplificada de las posibles relaciones de un sistema biológico a partir de ecuaciones, funciones o fórmulas matemáticas.

1.2.1.1 Ventajas de la aplicación de un modelo matemático

Narro (1996) informa que un modelo permite la utilización de los instrumentos matemáticos ya desarrollados en la consecución de una solución y proporciona una manera sistemática, explícita y eficiente de encontrarla. Asimismo, evalúa distintas soluciones factibles y toma la mejor decisión. También es útil para predecir el comportamiento de una situación representada frente a diferentes alternativas o en diferentes momentos.

Para Oliveira, Barbosa y Pereira (2000) la principal ventaja del uso de modelos es condensar una gran cantidad de datos en un número reducido de parámetros (tres o cuatro dependiendo del modelo) que tienen una interpretación biológica y que aportan información relevante para el análisis, interpretación, comprensión y proyección de las curvas en el tiempo.

El empleo de un modelo matemático requiere de menos tiempo para la experimentación y es menos costosa. Por otra parte, permite la identificación rápida de los resultados esperados y reducen los riesgos asociados durante el proceso de investigación.

1.2.1.2 Modelos matemáticos que se emplean para la descripción de procesos biológicos. Clasificación.

Existen diferentes tipos de modelos, en función de la finalidad para la cual se crean o diseñan. Sus clasificaciones son variadas, y buscan dar una idea de sus características esenciales; pueden ser en base a su dimensión, función, propósitos y grado de abstracción (Candelaria *et al.*, 2011).

Quinteros *et al.*, (2006) refieren que los modelos tienen las capacidades de representar la dinámica y control de los componentes e interacciones del sistema, de esta manera se clasifican en:

- ❖ Estáticos: cuando se representa un sistema en un solo instante de tiempo en particular, o bien para representar un sistema en donde el tiempo no es importante, por ejemplo, simulación Montecarlo.

❖ Dinámicos: representan sistemas en los que las variables son funciones del tiempo, y permiten predecir su desarrollo en un período dado; estos modelos son de gran utilidad para representar procesos biológicos.

❖ Determinísticos: no consideran la variación estocástica, comparan de manera probabilística, los datos de entrada y las relaciones existentes en el sistema que se especifican al inicio, es decir, no influye el azar en los resultados.

❖ Estocásticos: la modelación se realiza considerando que al menos una de las variables que definen el comportamiento del sistema sea aleatoria, y entonces el resultado es al menos variable.

Otros de los criterios de clasificación de los modelos, es según su grado de aplicación descritos por Torres y Ortiz (2005):

❖ Modelo empírico: Describe una situación por observación y experimentación (Modelos lineales de Análisis de Varianza y de Regresión, que son en esencia modelos estadísticos).

❖ Modelo teórico: Describe y explica una situación por observación y experimentación. Ejemplo: los trabajos de Ruíz de Zaráte (1996) y Jiménez (1997) que modelan el crecimiento bacteriano y el ordeño mecánico en vacas lecheras, mediante el uso de ecuaciones diferenciales.

❖ Modelo de simulación: Herramienta valiosa en el análisis, diseño y operación de sistemas y procesos complejos, utilizada por numerosos autores. Se considera que, por su alcance, estos modelos son los que, pueden interactuar con el resto, aunque con las complejidades de la investigación científica actual, pueden encontrarse combinaciones diferentes.

❖ Modelo dinámico: Contiene la variable tiempo. Ejemplos: modelos utilizados en el crecimiento de especies de plantas y animales, curvas de lactancias del nuevo genotipo Siboney de Cuba de Fernández, Guerra y Del Pozo (2000) y Fernández *et al.*, (2001) y modelos de serie de tiempo.

❖ Modelo estocástico: Tiene asociada distribuciones de probabilidad. Ejemplos: modelos autorregresivos de series de tiempo, cadenas de Markov y modelos que describen la disposición espacial de plagas (Cabrera, Guerra y Nico, 1999).

Según Castro y Hétier (2015) en la agronomía se utilizan modelos matemáticos que se pueden categorizar en dos clases: los modelos solamente predictivos o empíricos y los modelos causales o mecanísticos. Los primeros son descriptivos, se derivan de datos observados sin involucrar procesos fisiológicos y tienen escasa capacidad explicativa (Villegas *et al.*, 2004). Se expresan generalmente como ecuaciones de regresión (con uno o varios factores) y se utilizan para estimar la producción final. Ejemplos de tales modelos incluyen la respuesta de la producción a la aplicación de fertilizantes, la relación entre el área y la cantidad de hojas de una planta dada, entre la altura y número de tallos, su diámetro y la producción final de caña de azúcar (Gálvez, 2008).

Villegas *et al.*, (2004) señalan que los modelos mecanicistas poseen capacidad explicativa de la fisiología del cultivo, estos consideran aspectos como la temperatura, la radiación fotosintética activa, el índice de área foliar, la fotosíntesis, la respiración y la eficiencia en el uso de la radiación.

Es importante destacar que, existen diferentes clasificaciones sobre los modelos que describen procesos biológicos y físicos que ocurren en un determinado sistema a través del tiempo. Esta herramienta matemática resulta novedosa, pues evalúa los sistemas de producción de manera más completa y adaptable a diferentes condiciones, y permite integrar todos los procesos como variables.

1.3 Modelación matemática

Guevara (2007) plantea que la modelación comenzó a tener importancia en agronomía y en otras áreas biológicas, dada su capacidad de suministrar información en un enfoque sistemático de todo el proceso biológico o de una parte del mismo, ejemplo el de la producción agrícola.

La modelación matemática es la actividad que consiste en representar, manipular y comunicar objetos del mundo real con fórmulas y contenidos matemáticos y que, en alguna forma, permitan la simulación de procesos complejos, generen hipótesis y sugieran experimentos o métodos de

validación. Un modelo matemático debe reflejar la estructura causal del sistema en estudio y ser capaz de predecir el resultado de manera eficiente y correcta (King, Garrett y Coghill, 2005).

La modelación del desempeño de las características de cualquier ser vivo es un proceso complejo debido que en algunos modelos los parámetros son de difícil ajuste e interpretación biológica. Además, en la mayoría de los casos los fenómenos a modelar están influenciados por factores externos y por la variación de las observaciones en el tiempo. Su desarrollo para el ajuste de cualquier serie de datos en el tiempo (crecimiento, producción), requiere una etapa de diseño, ajuste y de validación (Rondón, Murakami y Sakaguti, 2002).

Aggrey (2002 y 2009) refiere que para la modelación es necesario el cumplimiento de supuestos estadísticos (normalidad, homogeneidad de varianzas, independencia de errores, entre otros), estos le permiten al modelo tener validez estadística en sus predicciones y disminuir los sesgos.

En este sentido resulta importante que los investigadores tengan en cuenta que antes de iniciar el proceso de modelación se debe determinar el cumplimiento de los supuestos teóricos. Su desconocimiento puede producir estimaciones sesgadas en los parámetros, lo que conlleva al mal ajuste de dicho modelo. Es por ello que, la modelación matemática como método científico general ocurre cuando se ajustan datos experimentales a un modelo, proceso que se realiza por medio del análisis de regresión.

1.3.1 Análisis de regresión

Según Méndez (2016) la regresión o ajuste de una ecuación, consiste en la selección de un modelo matemático en el cual se aplica la estimación paramétrica para determinar los coeficientes desconocidos. Este modelamiento matemático se conoce como regresión del modelo. Los modelos de regresión permiten modelar matemáticamente la relación entre variables numéricas, estos posibilitan obtener medidas cuantitativas de relación mutua entre el conjunto de variables independientes o predictoras y la variable dependiente.

Se pueden obtener determinados modelos matemáticos para describir estas relaciones, uno de los más populares son los lineales (Curbelo, Pérez y Montero, 2016).

El análisis de regresión engloba a un conjunto de métodos estadísticos que usamos cuando tanto la variable de respuesta como la(s) variable(s) predictiva(s) son continuas y queremos predecir valores de la primera en función de valores observados de las segundas. En esencia, el análisis de regresión consiste en ajustar un modelo a los datos, estimando coeficientes a partir de las observaciones, con el fin de predecir valores de la variable de respuesta a partir de una (regresión simple) o más variables (regresión múltiple) predictivas o explicativas (Vinuesa, 2016).

Fernández y Guerra (2005) informan que para el procesamiento y análisis de modelos de regresión es necesario considerar:

- ❖ Ploteo de puntos para analizar tendencia de datos
- ❖ Selección del tipo de modelo a ajustar
- ❖ Ajuste del modelo, con el apoyo de un software apropiado
- ❖ Descripción del proceso a partir del modelo obtenido.

En los modelos de regresión lineal y polinómico el método de los mínimos cuadrados se encuentra entre los más empleados para estimar los parámetros. Sin embargo, en las regresiones no lineales se utilizan procedimientos iterativos, como el método de Levenberg-Marquardt. Este algoritmo trata de minimizar la suma de cuadrados de los residuos, comenzando con algún valor de los parámetros del modelo. El algoritmo busca si otro vector de parámetros mejora el valor de la función objetivo y se produce un proceso de iteración hasta que se alcanza un cierto criterio de convergencia (Cornejo y Rebolledo, 2016).

El análisis de regresión juega un importante papel en la estadística, su empleo permite identificar variables predictivas relacionadas con una variable de respuesta, describir la relación entre estas variables y predecir la variable de respuesta a partir de las explicativas o predictoras. En el caso de los modelos

de regresión es necesario tener en cuenta diversos criterios que permitan definir el modelo que mejor describa el fenómeno en estudio.

1.3.2 Selección de modelos. Criterios estadísticos a tener en cuenta

Chacín (1998), Kiviste, *et al.*, (2002), Guerra, Cabrera y Fernández (2003) y Torres *et al.*, (2012) propusieron diversos criterios estadísticos para la selección de modelos, entre los que se encuentran:

- ❖ Coeficiente de determinación R^2 : declara que proporción de la variación de la variable dependiente es explicada por la(s) variable(s) predictora(s).
- ❖ Coeficiente de determinación ajustado (R^2_{aj}): es similar al coeficiente de determinación, pero tiene en cuenta el tamaño de la muestra y el número de parámetros incluidos en el modelo.
- ❖ Cuadrado medio del error (CME): informa sobre la precisión de las estimaciones.
- ❖ Prueba de significación de los parámetros: determina la significación estadística de los parámetros del modelo.
- ❖ Error estándar de los estimadores de los parámetros: permite determinar los intervalos de confianza para los parámetros.
- ❖ Error medio en valor absoluto: da una idea de la magnitud media de los errores independientemente de su signo.
- ❖ Error estándar de la estimación: muestra la desviación normal de los residuos y puede utilizarse para la predicción de nuevas observaciones.
- ❖ Análisis de los residuos: comportamiento de los residuos obtenidos de la diferencia existente entre los valores observados y predichos por el modelo. Entre las pruebas estadísticas más empleadas para evaluar dicho criterio están: la Normalidad de los residuos por la prueba de Shapiro-Wilks, Kolmogorov-Smirnov, la Autocorrelación por la prueba de Rachas, Signos, Durbin-Watson, X^2 de independencia y la Homocedasticidad mediante los gráficos de los residuos o las pruebas de Cochran, Bartlett y Hartley.
- ❖ Diferencia agregada o Sesgo: evalúa la desviación media de los residuos del modelo respecto a los valores observados. El signo del error de predicción

promedio expresa si la función examinada sobrestima (-) o subestima (+) el valor de los datos analizados.

1.4 Funciones matemáticas de mayor aplicación para modelar el crecimiento

Ciertas etapas del desarrollo de las especies animales y vegetales se han modelado exitosamente con ecuaciones exponenciales o lineales, que tienen la habilidad de imitar importantes procesos físicos, químicos o biológicos y describir cómo y por qué resulta una respuesta particular; la mayoría de los modelos de crecimiento de cultivos caen dentro de esta categoría de ecuaciones (Santiago-García, 2016; Gálvez *et al.*, 2010). Fernández (1996) estableció criterios y valoraciones en la aplicación y análisis de estos modelos sobre bases matemático - biológica y asociada al empleo de la regresión para la estimación del modelo y del cálculo diferencial para la descripción del proceso (Edwards y Penney, 2008).

El análisis del crecimiento de los seres vivos y sus poblaciones es objeto de estudio en muchas investigaciones agropecuarias aplicadas. Este está estrechamente relacionado con el comportamiento fisiológico y productivo de cultivos y animales, de su análisis se derivan diferentes indicadores relativos a las tasas de crecimiento y al período de máxima expresión, conocido como llamarada de crecimiento. Esta define los momentos de mejor aprovechamiento del potencial de la especie en cuestión y a partir de este se toman importantes decisiones para mejorar los sistemas productivos (González y Pereda, 2004).

Los modelos de crecimientos también se emplean en otras investigaciones como estudios asociados a curvas de lactancia con interés teórico y práctico ya que posibilitan la realización de predicciones del proceso productivo y permiten estudiar las respuestas en diversas condiciones de alimentación, manejo y ambiente. Autores como Ali y Schaeffer (1987); Fernández y Guerra (2005) y Fernández *et al.*, (2011), destacan además la capacidad descriptiva de estos modelos y sus posibilidades para obtener indicadores de interés económico como son: picos de producción (valores extremos en la lactancia y el momento

en que se alcanzan), tasa de cambio o velocidad instantánea, las que permiten mostrar la dinámica del proceso.

Los modelos con mayor aplicación para la descripción de las curvas de crecimiento son: Logístico (Agudelo, Cerón y Restrepo, 2008; Grossman y Bohren, 1985; Grossman, Bohren y Anderson, 1985 y Torres *et al.*, 2012), Gompertz (Anthony *et al.*, 1991; Mignon, Beaumont y Ricard, 2001), Gompertz modificado por Laird (Laird, Tyler y Barton, 1965), Von Bertalanffy y Richards (Roush y Branton, 2005; Knizetova *et al.*, 1991). Según Thornley y France (2007); Noguera, Pereira y Solarte (2008), otras de las funciones que se utilizan para modelar el crecimiento son: Exponencial, Monomolecular, Chanter, Schumacher, entre otras.

Nobre *et al.*, (2003) y Casas, Rodríguez y Afanador (2010) plantearon que las funciones de Gompertz y Logística son las de uso más frecuente en el análisis del crecimiento de animales y plantas. Sin embargo, Ruiz *et al.*, (2012) plantearon que los trabajos relacionados con el crecimiento de las plantas son limitados a pesar de la importancia que tiene su aplicación para la descripción de su comportamiento, a partir de la obtención de los parámetros de dicho modelo.

Las curvas de crecimiento se ajustan a modelos matemáticos que pueden describir el comportamiento de un determinado proceso, además brindan información que permiten mejorar la toma de decisiones a los empresarios, productores e investigadores a partir de la obtención de los parámetros que ajusten la curva.

1.4.1 Características de las funciones de crecimiento

Los modelos de crecimiento deben poseer características para su empleo en los sistemas de producción entre los que se encuentran: un punto de inflexión, que se representa por una asíntota horizontal, poseer un comportamiento lógico y no permitir valores atípicos desde el punto de vista biológico; además, la ecuación debe derivarse del conocimiento teórico que se tenga de la variable

dependiente que se analiza, lo que permite que se obtengan resultados más exactos (Kiviste *et al.*, 2002). Otra característica deseable es la flexibilidad, entendida como la capacidad de ajuste con precisión a diferentes conjuntos de datos.

Casas, Rodríguez y Afanador (2010) plantearon que las funciones de crecimiento, pueden ofrecer parámetros de interés matemático y biológico tales como: Asíntota horizontal que es el valor que toma la variable en estudio cuando el tiempo (edad) tiende a infinito (parámetro A). Punto de inflexión (PI): punto donde cambia la concavidad de la función, coincide con la tasa de crecimiento máxima. Estos modelos usan menos parámetros que los modelos lineales permitiendo obtener predicciones más fidedignas con mayor facilidad de interpretación de los parámetros que determinan la variable respuesta (Pinheiro y Bates, 2000).

Por otra parte, Fernández *et al.*, (2017) refieren que estos modelos son de tipo sigmoides, asintóticos y con punto de inflexión, donde es posible establecer una propuesta de valores iniciales a los parámetros a partir de relaciones como:

- ❖ Asíntota (A): En todos estos modelos la asíntota se corresponde con el parámetro A, por lo que a partir de los datos observados es posible proponer el valor aproximado de este parámetro. En animales representa el peso a la madurez y en plantas su máximo crecimiento.
- ❖ Tasa de cambio (k): Esta se refiere a los cambios relativos, relacionado con la primera derivada, se asocia a las tasas de ganancias en peso instantáneas en animales y en plantas con las tasas de crecimiento promedio. Grandes valores de k indican madurez temprana y valores pequeños indican madurez tardía.
- ❖ Punto de inflexión: Este punto ocurre cuando existe un cambio de signo en la primera derivada, es donde se alcanza la máxima tasa de ganancia en el crecimiento animal y en plantas su máxima velocidad de crecimiento.

En este sentido, resulta importante conocer todas estas características que desde el punto de vista biológico y matemático, permitan determinar las diferentes fases de cambios que se producen tanto en animales como en las plantas. Estos aspectos resultan de interés para tomar decisiones y establecer el momento óptimo para el mejor aprovechamiento del cultivo o comportamiento de los animales. El empleo de modelos para describir el crecimiento permite predecir niveles de cosecha dentro de la capacidad sostenible de los pastos y forrajes.

1.4.2 Fases de crecimiento de los cultivos

En el caso del crecimiento de las plantas Crespo (2010) distinguen tres fases o estados biológicos:

- ❖ Primera fase: Es lenta y su duración depende de la especie y del grado de intensidad con que la gramínea es desfoliada, se le denomina fase logarítmica.
- ❖ Segunda fase: El crecimiento ocurre relativamente constante y expresa la tasa de máximo crecimiento del cultivo. Su duración depende de la especie de gramínea.
- ❖ Tercera fase: Predomina la pérdida de materia seca y la mayor acumulación de tallos, inflorescencia y material muerto en el pastizal.

Por otra parte, Barker *et al.*, (2010) describieron cuatro estadios del crecimiento de las plantas que no están en contradicción con la descripción anterior. Según Ares *et al.*, (2002) la identificación de las fases de crecimiento es importante para diagnosticar requerimientos y deficiencias nutricionales, calcular cantidades de fertilizantes a aplicar y determinar la conveniencia económica de la fertilización u otras prácticas de manejo. Estas fases se tienen que realizar de manera separada para cada cultivo y tener en cuenta un conjunto de condiciones de manejo y el área geográfica.

Sin embargo, Dumroese, Jacobsc y Wilkinson (2012) definen tres fases del crecimiento de las plantas:

- ❖ Primera establecimiento: Comprende la germinación y emergencia hasta la formación de hojas verdaderas. En el caso de estacas hasta la formación de brotes y raíces.
- ❖ Segunda crecimiento rápido: Durante esta fase las plantas, y en particular sus brotes, aumentan rápidamente su tamaño. Frecuentemente, el tallo terminal se próxima al tamaño objetivo. Las plantas necesitan por lo menos algo de protección. Se busca un crecimiento rápido (aunque no excesivo) de los brotes.
- ❖ Tercera endurecimiento: La energía es redirigida del tallo al crecimiento de la raíz; la planta alcanza la altura y el diámetro del cuello, se establecen las yemas laterales. La planta es acondicionada para soportar estrés.

En este caso resulta importante conocer las diferentes fases de crecimiento de los cultivos. Estas permiten evaluar los procesos fisiológicos de las plantas, así como su comportamiento y desarrollo, con el fin de establecer estrategias que propicien las bases para el diagnóstico y manejo adecuado de los pastos, y de esta manera obtener buenos rendimientos en la producción, con calidad nutricional para su empleo en la alimentación animal.

1.4.3 Rendimiento y Producción de biomasa

La biomasa es el resultado de la transformación de la energía solar en energía química. El hombre a través de la historia la ha utilizado no solo para su alimentación sino también para la alimentación de sus animales. Los avances de la ciencia promovieron el desarrollo agrario basado en la revolución verde, la cual solo promueve la producción de alimentos ya sea de uso humano o animal, marginando la importancia de la biomasa como enriquecedor del recurso suelo al disponerse de los insumos necesarios para sustituir su fertilidad natural. En la actualidad la producción y conservación de la biomasa de cualquier cultivo cobra una importancia trascendente; porque ello

contribuye, además, a la protección medioambiental a través de la captura de carbono (Martínez y Leyva, 2014).

La biomasa como concepto es la cantidad total de materia viviente, en un momento dado, en un área determinada o en uno de sus niveles tróficos, y se expresa en gramos de carbono, o en calorías, por unidades de peso de materia seca por superficie (gr/m^2 ; kg/ha^{-1} , etc.). Su aumento en un período determinado recibe el nombre de producción de un sistema o de un área determinada (Pineda, 2007). La biomasa es un aspecto muy importante a la hora de evaluar el interés pastoril de las distintas comunidades vegetales y la potencialidad de su aprovechamiento por los diferentes herbívoros (Gómez, 2008).

Según Mora-Delgado y Holguín (2018) la determinación de la biomasa forrajera de los arbustos, generalmente, se realiza con métodos destructivos, por ello, su predicción con métodos no destructivos representa una herramienta para los productores e investigadores agropecuarios, dado el ahorro de tiempo y de recursos en los procesos de planificación.

Los métodos alométricos permiten predecir la producción de biomasa en forma no destructiva en cualquier momento y a partir de este dato determinar las fases de crecimiento del cultivo, los componentes de la biomasa y los nutrimentos asociados a cada componente, así como el rendimiento económico esperado de una plantación. Este método se ha aplicado en particular en el área forestal, debido al elevado costo y dificultades logísticas envueltas en la recolección de datos de cosecha, y recientemente en estudios para estimar la fijación biológica de carbono a nivel global (Ares *et al.*, 2002).

Mora-Delgado y Holguín (2018) utilizaron ecuaciones para estimar la biomasa de arbustos de *Tithonia diversifolia*, usando mediciones lineales, en este estudio el autor concluye que el uso de una ecuación alométrica, basada en este tipo de mediciones, facilita la estimación de la biomasa de especies arbustivas, para evitar técnicas destructivas. Según Riofrío *et al.*, (2013) el

cálculo del crecimiento la biomasa producida por este arbusto representa una información útil para el investigador. Este podría ser estimado a partir de otras medidas lineales de la planta, con el fin de predecir su producción de biomasa, sin tener que cosecharla.

Martínez y Leyva (2014) plantean que la biomasa de los cultivos, es importante para la agricultura ya que juega un papel beneficioso dentro del agroecosistema. Esto significa que no solo contribuye a mantener la composición de materia orgánica en el suelo, sino que la fijación del carbono a partir de la conservación de toda la biomasa producida en la cosecha, beneficia directamente al agroecosistema. Según Heemst Van (1986) la proporción de biomasa asignada a hojas, tallos y raíces en cada momento del desarrollo, depende de la cinética de crecimiento y de la tasa de distribución, que están gobernadas por el área foliar, clima y disponibilidad de nutrimentos.

El rendimiento de un cultivo viene dado por la capacidad de acumular biomasa como materia fresca y seca en los órganos que se destinan a la cosecha y un incremento proporcional de la biomasa destinada a estos órganos garantiza un incremento del rendimiento. De esta manera la distribución de materia seca entre los diferentes órganos de la planta tiene un papel fundamental en la producción de un cultivo (Challa, Heuvelink y Van Meeteren, 1995). Esta distribución es el resultado final de un conjunto ordenado de procesos metabólicos y de transporte que gobiernan el flujo de asimilados a través de un sistema fuente/sumidero. Las actividades involucradas en este proceso no son estáticas y pueden cambiar diariamente y a lo largo del período de desarrollo de la planta (Patrick, 1988).

Alcanzar un incremento en los rendimientos agropecuarios de la producción de biomasa constituye un reto importante para los productores. Es por ello que se debe potencial la mejora continua de los pastos a partir de un adecuado manejo y atención de los mismos.

1.5 Empleo de la modelación estadístico - matemática en investigaciones de la producción de pastos y forrajes en Cuba

La aplicación de la modelación estadístico - matemática a través de métodos estadísticos descriptivos e inferenciales, constituye una importante herramienta para la solución de problemas que pueden presentarse en las investigaciones en las diferentes áreas del conocimiento (Vázquez, Guerra y Sánchez, 2011; Chávez *et al.*, 2013).

A partir de la década del 70, comienzan a aparecer en la literatura científica trabajos de modelación relacionados con el estudio de procesos en la producción y alimentación de animales en fincas. Sin embargo, no fue hasta la década de los 80 que la modelación fue utilizada por algunos investigadores cubanos con el objetivo de describir el crecimiento de cultivares (Rodríguez, Florido y Varela, 2018).

Las aplicaciones de la modelación de cultivos agrícolas tuvieron sus inicios en los trabajos de Del Pozo y Herrera (1995), Del Pozo (1998) y Torres *et al.*, (1999) en pasto estrella (*C. nlemfuensis*); Ramírez (2010), en cultivares de *Brachiaria*, *Panicum* y *Pennisetum* y Ruiz *et al.*, (2012) en variedades de *Tithonia diversifolia*. Estos autores encontraron relaciones lineales y polinómicas entre las variables, sin embargo, en estos modelos los parámetros no tienen interpretación biológica.

Otros autores estudiaron la dinámica de acumulación de biomasa del king grass (*P. purpureum*) o de algunos de sus clones con el empleo de modelos no lineales (Díaz, 2007; Martínez *et al.*, 2010; Rodríguez *et al.*, 2011 y Rodríguez *et al.*, 2013). Por otra parte, Medina *et al.*, (2009) estudiaron en *Tithonia diversifolia* algunas variables del crecimiento, como altura de la planta, número de brotes, longitud y diámetro de la rama, hojas por rama, entre otras.

En la actualidad se cuenta con valiosos resultados relativos al empleo de estos y otros tipos de modelos que han sido utilizado para la predicción de la producción de biomasa verde y seca del pasto (Maralfalfa) con varias dosis de

fertilizante nitrogenado; o en la descripción y caracterización de las propiedades físicas y químicas de la piña (variedad cayena Lisa) almacenada a temperatura ambiente, así como en la modelación y simulación del rendimiento del pasto estrella (*C. nlemfuensis*) bajo diferentes condiciones de manejo y escenarios climáticos, como muestran los trabajos de Fernández *et al.*, (2011); Rangel (2015); López (2016), entre otros autores.

Rodríguez (2015) modeló el rendimiento del pasto (king grass) para determinar el momento óptimo de corte y encontró regularidad en el parámetro k del modelo Gompertz con valor de 0,03, válido para el king grass y algunas variedades de *P. purpureum*. Ruiz *et al.*, (2012) emplearon modelos lineales y no lineales para describir el comportamiento de algunos componentes morfológicos del material vegetal 23 de *Tithonia diversifolia* y determinar, mediante la utilización de criterios estadísticos, los modelos de mejor bondad de ajuste. El estudio concluyó que, la información obtenida abre un camino para investigaciones futuras, relacionadas con la producción de biomasa.

Por otra parte, Verdecia *et al.*, (2018) establecieron ecuaciones de regresiones para explicar la estrecha relación de la edad con el rendimiento, composición química, metabolitos secundarios y la degradabilidad de la materia seca en ambos períodos estacionales. Sin embargo, Gasca (2019) empleó modelos no lineales para describir la producción de biomasa de la *Moringa oleífera* con efecto de la frecuencia y la altura de corte y encontró que el Exponencial fue el que presentó los mejores criterios de selección en el ajuste de los datos.

En este sentido la modelación matemática resultaría una alternativa eficiente para estimar el comportamiento del crecimiento de la *Tithonia diversifolia*. Sin embargo, en la actualidad son escasos los estudios que refieren al uso de estas técnicas para este cultivo tanto en Cuba como en el resto del mundo. Aunque existen modelos especializados que se puedan utilizar como elemento de partida es necesario desarrollar modelos adaptados a nuestras condiciones que puedan servir como herramienta útil en la toma de decisiones.

1.6 El género *Tithonia*

El género *Tithonia* comprende 10 especies, originarias de México y Centro América. *Tithonia diversifolia* (Hemsl.) A Gray, es un arbusto que fue introducido en las Antillas y en Ceilán (Ríos y Salazar, 1995 y Heuzé *et al.*, 2015). Se encuentra ampliamente distribuida en la zona tropical y se tienen reportes del Sur de México, Honduras, El Salvador, Guatemala, Costa Rica, Panamá, India, Ceilán, Cuba, Venezuela y Colombia (Ríos, 1999).

También se conoce como árbol maravilla, girasol mexicano, falso girasol, crisantemo de Nitobe, Quil Amargo, Wild Sunflower (Cairns, 1996; Nash, 1976). Se encuentra naturalizada en Cuba y se le identifica como margarita isleña, margarita, margarita mexicana, margaritona o árnica de la tierra (Roig, 1974 y Ruiz *et al.*, 2020) pero en los últimos tiempos, dada su distribución acelerada, se identifican otros nombres como girasolillo y el propio *tithonia*. Esta planta es de la familia Asterácea, se localiza en las áreas tropicales y subtropicales del planeta y posee casi 15 000 especies distribuidas por todo el mundo (Gómez y Rivera, 1987).

1.6.1 Características agronómicas

1.6.1.1 Adaptación

Según Olabode *et al.*, (2007) la *Tithonia diversifolia*, crece como una arvense en el borde de los caminos, de forma rápida e incluso bajo condiciones desfavorables. Es muy rústica y puede soportar la poda a nivel del suelo y la quema.

Posee un gran sistema radicular, habilidad especial para recuperar los nutrientes del suelo, aun cuando estén en escasas proporciones. Presenta un amplio rango de adaptación a diferentes condiciones edafoclimáticas y se le puede encontrar desde el nivel del mar hasta 2400 m de altitud. Frecuenta sitios con precipitaciones entre 800 y 5000 mm/año (Mahecha y Rosales, 2005; Calle y Murgueitio, 2008; Zapata y Silva, 2010 y Ruiz *et al.*, 2020). La dinámica de crecimiento y la distribución de la especie en los sitios donde crece

naturalmente caracterizan a esta especie como heliófila, de sucesión temprana (Sánchez *et al.*, 2002).

Ríos (2003) plantea que esta especie no soporta niveles freáticos altos ni encharcamientos, pero se puede asociar con pastos y leguminosas rastreras de trópico bajo, medio y alto. Crece en distintos tipos de suelos de neutros a ácidos y desde fértiles hasta muy pobres en nutrientes. Por otra parte, Murgueitio *et al.*, (2001) y Uribe *et al.*, (2011) refieren que para el adecuado establecimiento de la tithonia la fertilidad del suelo debe ser de baja a alta, con pH de 4.5 a 8.0, que se adapta a suelos de ácidos a ligeramente alcalinos, pedregosos, pesados con mediana saturación de iones de aluminio o hierro y bajo contenido de fósforo.

1.6.1.2 Descripción botánica

Planta herbácea de 1,5 a 4,0 metros de altura. Posee un tallo erecto, ramificado y único con aproximadamente 24 a 36 haces vasculares colaterales que le proporcionan un máximo soporte esquelético a pesar de su escasa madera en los tejidos del parénquima; sus ramas tiernas permanecen cubiertas de pelillos, los cuales se pierden con la edad (Pérez *et al.*, 2009; Olmedo, 2009).

Las hojas son alternas, pecioladas, de 7 a 20 cm de largo por 4 a 20 cm de ancho, con un ápice acuminado, divididas en tres a cinco lóbulos, con dientes redondeados en el margen, con la base a veces algo truncada pero muy angosta a lo largo del pecíolo, en cuya base se amplía en dos lóbulos pequeños; la cara superior cubierta de pelos de base hinchada, con abundantes pelillos (a veces sin pelillos) y con puntos glandulares en la cara inferior (Nash y Williams, 1976).

1.6.2 Producción de forraje

Lugo *et al.*, (2012) refieren que puede ser una planta anual o perenne según el área geográfica. Se recupera de forma rápida de cortes sucesivos y, además, posee una elevada tasa de rebrote, lo que le permite producir gran cantidad de

biomasa. Su producción de biomasa puede variar entre 30 a 70 t/ha de forraje verde, dependiendo de la densidad de siembra, tipo de suelo, estado vegetativo y condiciones ambientales (Ramírez *et al.*, 2005; Mahecha y Rosales, 2005).

Dentro de estas alternativas de alimentación la *Tithonia diversifolia* es una planta que se ha utilizado como alimento para diferentes especies de animales por su alto valor nutricional. Fasuyi y Afolabi (2013) y Ruiz *et al.*, (2014) informan que esta especie tiene muchas cualidades que permiten clasificarla como planta forrajera de alto potencial para la producción animal, entre las cuales se pueden mencionar su fácil establecimiento, la resistencia al corte frecuente y la tolerancia a suelos pobres. Además, resulta apreciada entre los productores por su aceptable valor nutricional, principalmente por su capacidad para la acumulación de nitrógeno.

La tithonia es una planta que posee abundante forraje verde que se puede emplear en la alimentación animal, se le conoce como una planta de fácil adaptación y rápida proliferación en ocasiones en condiciones desfavorables. Además, tiene la habilidad de recuperar los nutrientes del suelo, de ahí la importancia de incluirla en los planes de siembra por las bondades que presenta.

1.6.3 Factores que influyen en la producción de biomasa

Tanto el rendimiento como la calidad nutricional de los forrajes, se ven afectados por una serie de factores internos y externos. Dentro de los internos se encuentra la especie o cultivar utilizado y la edad fisiológica, entre otros. Con respecto a los externos, se puede mencionar el clima, las características físico-químicas del suelo, la edad de corte, la fertilización y el manejo (Bernal, 1991; Buxton y Fales, 1994; Sheaffer, Seguin y Cuomo, 1998).

Mahecha y Rosales (2005) plantean además que la producción de forraje puede estar afectada por la densidad de siembra y el tiempo de recuperación de los pastos. En el caso de *Tithonia diversifolia* es una especie con buena

capacidad de producción de biomasa y rápida recuperación después del corte, lo que depende de la densidad de siembra, de los suelos y del estado vegetativo (Pérez *et al.*, 2009).

Por otra parte, Navas y Montaña, (2019) informan que *T. diversifolia* produce forraje bajo estas condiciones extremas, mostrando potencial para mejorar los sistemas de alimentación en los períodos críticos, donde las especies de gramíneas tienden a ser más vulnerables a las condiciones climáticas extremas. Agregan además, que la *Tithonia diversifolia* presenta potencial para la recuperación de suelos degradados, adaptación a diferentes condiciones climáticas y podría contribuir a la producción de alimento de buena calidad en programas de suplementación estratégica para las épocas críticas en sistemas ganaderos.

1.6.4 Efecto de la época del año

En las regiones tropicales, los forrajes son la principal fuente de alimentación para los animales; sin embargo, las condiciones ambientales y de manejo inciden directamente en el rendimiento y calidad de los mismos. En este sentido, la estacionalidad juega un papel importante en la producción de forraje, con una disminución del rendimiento durante la época de seca, atribuido a falta de agua y un excedente en la temporada de lluvias (Hernández *et al.*, 2002).

El conocimiento de la estacionalidad en la producción y calidad del forraje, permiten detectar temporadas de abundancia y escasez, así como la magnitud de éstas. Con el análisis de crecimiento de una especie, se puede determinar el manejo estacional de la defoliación que ayude a maximizar la producción de forraje y la producción animal, con el menor deterioro de las praderas (Hodgson, 1990; Hernández-Garay y Martínez, 1997).

En la actualidad, los agricultores presencian anomalías climáticas más intensas que las experimentadas en años anteriores. En este sentido, Planos, Rivero y Guevara (2013) señalaron que la agricultura se desarrollaría en un ambiente afectado por el aumento de la frecuencia y la intensidad de las sequías, la

aridización del clima, el aumento de la evapotranspiración real de los ecosistemas y un déficit hídrico pronunciado.

Según Álvarez (2019) la falta de agua en el período de siembra o el exceso durante las fases de maduración y cosecha tienen su impacto directo en el rendimiento. En cuanto a los pastos, el tema de la variabilidad de las precipitaciones es importante porque su productividad está estrechamente relacionada con la estacionalidad de las lluvias. El período de crecimiento es el tiempo del año durante el cual las condiciones de temperatura y precipitación son favorables para el desarrollo de las plantas; por lo tanto, debe haber un ambiente favorable para su crecimiento, desarrollo y reproducción.

En Cuba, el clima está diferenciado en dos estaciones en el año donde concurren las temperaturas más altas y las mayores precipitaciones (época lluviosa) que comprenden los meses de mayo a octubre y en la otra las temperaturas más bajas y las menores precipitaciones (época poco lluviosa) representadas por los meses de noviembre a abril (Herrera, García y Cruz, 2016). Esto influye notablemente en el comportamiento de las plantas forrajeras variando, en consecuencia, su rendimiento, digestibilidad, actividad reproductiva, composición química y relación hoja-tallo, lo que obliga a diferenciar el manejo de ambas estaciones y en lo que a frecuencia de corte se refiere es conveniente emplear los más largos durante la sequía siempre que las condiciones de riego y fertilización lo permitan, para garantizar la longevidad y perdurabilidad del área forrajera (Valdés *et al.*, 1980).

Según Ramos (1983) el clima, edad de cosecha, características del suelo, el riego, entre otros, se encuentran entre los factores que influyen en la producción de biomasa y calidad de los pastos, por lo que cualquier trabajo enfocado a la modelación del rendimiento, debe considerar los factores anteriores y sus interacciones. Aunque la investigación que se muestra se realizó en el período lluvioso, es de gran importancia por los investigadores tener en cuenta todos estos factores ya que pueden influir de manera positiva o negativa en el crecimiento y desarrollo de los pastos, lo que repercute en la obtención de especies de calidad nutricional para la alimentación animal.

CAPÍTULO 2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1 Introducción

Existe un gran interés en buscar funciones matemáticas que permitan evaluar el desarrollo de las plantas obteniendo parámetros que describan correctamente los procesos biológicos de las mismas. Por lo que conocer la dinámica de crecimiento de *Tithonia diversifolia* resultaría importante. En este sentido, Ruiz *et al.*, (2012) plantean que es una especie que por su amplio rango de adaptación es de interés por parte de los productores para su utilización como alimento destinado al ganado.

Una vez realizada una exhaustiva revisión de los referentes teóricos que existen sobre la modelación de los pastos y forrajes, así como los principales aspectos relacionados con la *Tithonia diversifolia*, es posible definir las herramientas estadísticas a utilizar en la investigación. Además, se informan los métodos a utilizar entre los que se encuentran: teóricos, empíricos y matemáticos - estadísticos, así como, el procedimiento experimental utilizado y el análisis estadístico realizado para el desarrollo de la investigación.

2.2 Métodos de la investigación

Para el desarrollo de la investigación se tuvieron en cuenta los siguientes métodos de la investigación:

Métodos teóricos:

❖ **Histórico – Lógico:** permitió conocer la evolución y desarrollo de la modelación estadístico-matemática, aplicadas al ámbito agropecuario y en particular al crecimiento de los pastos y forrajes en Cuba.

❖ **Tránsito de lo abstracto a lo concreto:** permitió comprender el objeto de la investigación: la dinámica de crecimiento de *Tithonia diversifolia*, así como sus características esenciales, que condicionará un conocimiento más profundo y de mayor contenido que se pueda llevar a la práctica.

Este método comprende fundamentalmente el empleo de procedimientos como el análisis y la síntesis.

❖ **Análisis – síntesis:** se utilizó con el objetivo de separar el objeto de la investigación en cada una de sus partes y descubrir sus interrelaciones. Además, permitió realizar un análisis de la información obtenida en las fuentes bibliográficas con el objetivo de profundizar en los conceptos y definiciones más importantes para la elaboración de la investigación.

❖ **Inducción – Deducción:** permitió realizar un análisis de los conceptos teóricos e investigaciones realizadas por diferentes autores, sobre el empleo de la modelación de la dinámica de crecimiento de *Tithonia diversifolia* y poder arribar a conclusiones, donde se establezca una relación entre lo singular, particular y general.

❖ **Enfoque de sistema:** Este método se utilizó para modelar el objeto (dinámica de crecimiento de *Tithonia diversifolia*) mediante la determinación de sus componentes en el tiempo, así como las relaciones entre ellos, con el fin de determinar el comportamiento de su crecimiento.

❖ **Modelación:** Para la modelación de la dinámica de crecimiento de la *Tithonia diversifolia*.

Métodos empíricos:

❖ **Observación:** Se realizó con el objetivo de obtener información sobre el objeto de estudio con el fin de seleccionar los elementos que se desean analizar y diagnosticar para dar cumplimiento a la hipótesis de trabajo.

❖ **Análisis documental:** permitió realizar un análisis de los documentos encontrados durante el proceso de revisión bibliográfica relacionado con el tema de investigación, para la elaboración de la fundamentación teórica de la investigación. La información que se selecciona debe ser confiable y actualizada tanto a nivel internacional como nacional, acerca de la modelación de la dinámica de crecimiento de *Tithonia diversifolia*, así como las características de la planta y la influencia de la variable edad con la altura y el peso seco de la planta íntegra.

❖ **Criterio de expertos:** se validará la propuesta de investigación teniendo en cuenta los criterios de investigadores conocedores de la temática que se investiga, a partir de los conocimientos alcanzados, experiencia y estudios bibliográficos.

Métodos estadístico - matemáticos:

❖ **Estadística descriptiva:** se utilizó para caracterizar los datos obtenidos en la experimentación.

❖ **Estadística inferencial:** permitió realizar inferencias sobre el comportamiento de la dinámica de crecimiento de *Tithonia diversifolia* basada en la información contenida en investigaciones desarrolladas en esta especie. Se emplearán tablas y gráficos para representar la información obtenida y de esta forma lograr una mejor comprensión de los resultados de la investigación.

2.3 Procedimiento experimental

Se utilizó la información proveniente de investigaciones desarrolladas durante el año 2017 en el área experimental Zaldívar “Miguel Sistach Naya” perteneciente al departamento de Pastos y Forrajes del Instituto de Ciencia Animal, situado en San José de las Lajas, provincia Mayabeque, Cuba, entre los 22° 53′ LN y los 82° 02′ LW, a 92 m.s.n.m. (Anon, 1989).

El trabajo se realizó en un suelo ferralítico rojo, de rápida desecación, arcilloso y profundo sobre calizas (Hernández *et al.*, 2015), con preparación de aradura y dos pases de grada. Se plantó en la estación lluviosa en surcos de 13 m de largo, separados a 3.0 m y estacas depositadas a todo lo largo del surco. Para la plantación se utilizaron estacas de la parte media del tallo, con 80 días de edad, diámetro de 2 cm y 50 cm de largo y se depositaron en surcos de 15 cm de profundidad. El experimento se desarrolló en condiciones de secano y sin fertilización, la limpieza del área se realizó con azadón para mantenerla libre de maleza.

Transcurridos 120 días de siembra de la plantación, se realizó un corte de homogenización a 15 cm de altura sobre el suelo y cada 14 días se realizó las mediciones, durante 18 semanas en el período lluvioso (30, 44, 58, 72, 86,

100, 114 y 128 días). Los cortes se efectuaron cuatro veces en un metro lineal en cada uno de los intervalos para cada estación climática y se monitoreo la incidencia de plagas y enfermedades.

Las precipitaciones, correspondiente a los meses de mayo-octubre (período lluvioso) fueron menores a la media histórica tanto en volumen como en días con lluvia, con caída de 663.9 mm en 48 días respectivamente, sólo el mes de julio superó la media histórica en volumen, pero no en días. En los meses de mayo, septiembre y octubre la diferencia fue inferior a la media histórica y la temperatura media anual de la región fue de 24.86 °C.

2.4 Metodología estadística-matemática

Se conformó una matriz de datos en Microsoft Excel (2013) con la información correspondiente a dos materiales vegetales (2 y 12) de *Tithonia diversifolia* recolectados en la provincia Granma, integrantes del grupo que mostró indicadores de crecimiento adecuados de las diferentes variables estudiadas por Ruiz *et al.*, (2018; 2021). Por interés del investigador se seleccionaron las variables altura de la planta (cm) y peso seco de la planta íntegra MS (g) en el período lluvioso.

Se realizó un análisis exploratorio de los datos y mediante la estadística descriptiva se obtuvieron los estadígrafos de posición (media) y de dispersión (desviación estándar y coeficiente de variación), así como los valores mínimos y máximos. Se analizaron los gráficos de dispersión con las relaciones de la edad (eje x) y las variables objeto de análisis (eje y) para conocer la tendencia que seguían los datos.

Se emplearon modelos de regresión lineal y no lineal para conocer el comportamiento de las variables en estudio en relación con la edad de la planta, cuyas expresiones se muestran a continuación:

❖ Modelos de regresión lineal:

Lineal
$$y_{(t)} = a + bt + \varepsilon$$

Polinomial de 2^{do} orden
$$y_{(t)} = a + bt + ct^2 + \varepsilon$$

❖ **Modelos de regresión no lineal:**

Logístico
$$y_{(t)} = \frac{a}{(1 + be^{-ct})} + \varepsilon$$

Gompertz
$$y_{(t)} = ae^{-be^{-ct}} + \varepsilon$$

Exponencial
$$y_{(t)} = ae^{bt} + \varepsilon$$

donde:

$y_{(t)}$: variable dependiente en función de t

a, b y c: parámetros de los modelos

t: variable independiente y representa el tiempo medido en días

ε : error aleatorio, normalmente distribuido con media cero y varianza constante.

La estimación de los parámetros de los modelos lineales (lineal y cuadrático) se realizó por el método de los mínimos cuadrados ordinarios y para los no lineales (Logístico, Gompertz y Exponencial) se empleó el procedimiento iterativo de Levenberg-Marquardt. Para la selección del modelo con mejor bondad de ajuste a los datos, se tuvieron en cuenta los siguientes criterios estadísticos publicados por Guerra, Cabrera y Fernández (2003) y Torres *et al.*, (2012):

- ❖ Coeficiente de determinación (R^2)
- ❖ Coeficiente de determinación ajustado (R^2_{aj})
- ❖ Cuadrado medio del error (CME)
- ❖ Error Estándar de estimación (EE estimac)
- ❖ Media Absoluta del error (MAE)
- ❖ Significación de los parámetros del modelo
- ❖ Dócima de Durbin-Watson (DW)

Se comprobó el cumplimiento de la normalidad de los residuos mediante la dócima de Shapiro-Wilks (1965) y se realizó el gráfico de valores observados y predichos, con el fin de conocer el comportamiento de la distribución de los

mismos. Para verificar la independencia de los errores, se utilizó la d cima de Durbin-Watson (Uyanto, 2020).

Después de seleccionar el modelo de mejor ajuste para la variable altura de la planta de los materiales vegetales estudiados se calculó la velocidad de crecimiento de dicha variable mediante las curvas de evolución en el tiempo del incremento corriente diario (ICD) según Kiviste *et al.*, (2002) la cual se define como:

donde:
$$ICD = \frac{dy}{dt}$$

ICD: Incremento corriente diario.

$\frac{dy}{dt}$: Primera derivada del modelo con respecto al tiempo.

Posteriormente se calculó la segunda derivada del modelo en el paquete estadístico Derive 6 y se determinó el punto de inflexión para conocer el momento en que se alcanza la mayor velocidad del crecimiento y donde se producía el cambio de concavidad en la función mediante las fórmulas:

Punto de inflexión
$$\frac{d^2W}{dt^2} = \left[\frac{\ln(b)}{c}; \frac{a}{e} \right]$$

Para conocer el momento en que la planta disminuye su ritmo de crecimiento se utilizó el criterio de Parsons *et al.*, (1988) y su expresión es la siguiente:

$$IMD = \frac{W_{t1} - W_{t0}}{t_1 - t_0}$$

donde:

IMD: Incremento medio diario

W_{t0} : valor del modelo en el tiempo inicial

W_{t1} : valor del modelo en el tiempo final

T_0 : tiempo inicial

T_1 : tiempo final

El procesamiento se realizó en varias etapas, para la determinación de los estadígrafos, la normalidad de los residuos y el ajuste de los modelos lineales y no lineales se utilizó el software estadístico InfoStat (Di Rienzo *et al.*, 2012) con el fin de conocer los valores iniciales de los parámetros y sus valores de probabilidad y para la selección adecuada del modelo de mejor bondad de ajuste el Statgraphics Plus (Anon, 1995) por aportar mayor cantidad de criterios estadísticos.

CAPÍTULO 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 Introducción

En el capítulo se presentan los resultados de la caracterización de las variables altura de la planta y peso seco de la planta íntegra de los materiales vegetales 2 y 12 de *Tithonia diversifolia* cultivados en el período lluvioso. Además, se utiliza la modelación estadístico - matemática para describir la dinámica de crecimiento de las variables en estudio en función de la edad, con el objetivo de seleccionar a partir de diferentes criterios estadísticos los modelos de mejor ajuste.

3.2 Caracterización de la altura y el peso seco de la planta íntegra en el período lluvioso

En la tabla 1 se muestran los resultados de la caracterización de la variable altura de la planta para cada momento de medición en el período lluvioso.

Tabla 1. Caracterización de la variable altura de la planta en cada momento de medición para los materiales vegetales 2 y 12.

Edad (días)	Material vegetal 2					Material vegetal 12				
	Media (cm)	D.E. (cm)	CV (%)	Mín.	Máx.	Media (cm)	D.E. (cm)	CV (%)	Mín.	Máx.
30	76,25	7,42	9,74	60,00	85,00	61,25	6,44	10,51	50,00	70,00
44	124,58	12,87	10,33	100,00	140,00	132,92	10,97	8,25	110,00	145,00
58	150,00	12,25	8,16	130,00	170,00	176,33	4,81	2,73	170,00	180,00
72	224,58	34,21	15,23	140,00	265,00	192,08	43,98	22,89	110,00	235,00
86	280,00	18,95	6,77	240,00	300,00	249,17	27,37	10,99	170,00	280,00
100	292,50	11,38	3,89	270,00	310,00	295,83	5,15	1,74	290,00	300,00
114	302,50	20,50	6,78	250,00	330,00	297,50	13,06	4,39	270,00	320,00
128	316,25	30,61	9,68	265,00	350,00	325,83	22,55	6,92	270,00	350,00

Fuente: Elaboración propia

En ambos materiales vegetales se observó un crecimiento continuo en la medida que transcurrieron los días de muestreo. Se aprecia que los materiales 2 y 12 mostraron las mayores alturas medias a los 128 días con valores de 316,25 cm y 325,83 cm respectivamente. Aunque el material vegetal 2 presentó un crecimiento más rápido a los 30 días el 12 logró alcanzar una mayor altura promedio al final del estudio. Sin embargo, se destaca el material 2 con un incremento de su altura media más estable en el tiempo. Aunque las mediciones se realizaron en condiciones experimentales de campo, los

resultados mostraron una variabilidad moderada con respecto a los valores medios. El menor coeficiente de variación se obtuvo en el material vegetal 12 con 1,74% y en el material vegetal 2 con 3,89% a los 100 días de muestreo y los mayores valores se presentaron a los 72 días para ambos materiales vegetales. Además, ambos materiales alcanzaron alturas máximas de 350 cm.

Según Reis *et al.*, (2018) y dos Santos Silva *et al.*, (2021) la altura de la planta en *T. diversifolia* es una de las más favorecidas por el efecto de las precipitaciones y su expresión responde al tipo de ecosistema en el que se encuentre dicha especie (Morales, 2000). Este resultado no mostró igual comportamiento bajo estas condiciones experimentales, ya que en este estudio la caída de lluvia fue de 663.9 mm, esta no logró superar la media histórica. Vivas-Arturo *et al.*, (2022) refiere que esta especie no depende del recurso hídrico para el cumplimiento de su ciclo biológico y acumulación de biomasa.

Por otra parte, Reis *et al.*, (2018) informan que cuando se aplica riego se nota una mejoría en la expresión productiva, aunque hasta el momento no se han reportado expresiones en la reducción del crecimiento o retardo en el desarrollo producto de la sequía como se evidencia en otros cultivos (Ul-Allah *et al.*, 2015; Xiao *et al.*, 2015). Cabe señalar que, en el estudio que se presenta no se empleó riego durante la etapa de experimentación.

Holguín *et al.*, (2015) evaluaron las características agronómicas de 44 introducciones de *Tithonia diversifolia* (Hemsl.) a. Gray, en el período lluvioso y encontraron como promedio a los 60 y 120 días de cosecha alturas de 214 cm y 262 cm respectivamente. Sin embargo, en dicha investigación se obtuvieron valores medios de altura inferiores a los 60 días de muestreo y superiores a los 120 días en ambos materiales vegetales. Por otra parte, Saavedra *et al.*, (2011), reportaron alturas de las plantas cosechadas a los 30 días de 85 cm, superior a la de estos resultados.

Botero, Gómez y Botero (2019) determinaron la respuesta de *Tithonia diversifolia* con diferentes niveles de fertilización química y obtuvieron alturas promedio para las plantas sin fertilizar de 90.65 cm y para las que se le aplicó mayor dosis de fertilización de 154.88 cm. Estos autores refieren que esta

especie tiene una alta capacidad de absorción de nutrientes, reflejada en una alta producción de biomasa con el incremento de los niveles de fertilización, por lo que, en este sentido, reviste gran importancia la utilización de este producto con un impacto positivo sobre las características agronómicas de dicho cultivo determinadas por un acentuado crecimiento de la planta. Es importante destacar, que en este estudio no se aplicó fertilización, sin embargo, ambos materiales vegetales alcanzaron altura medias superiores.

Investigaciones realizadas por Gallego *et al.*, (2015) evaluaron el crecimiento y desarrollo de plantas de botón de oro en condiciones de trópico alto con diferentes métodos de siembra y encontraron alturas entre 8 y 70 cm desde la tercera hasta la octava semana después del corte de homogenización al utilizar la siembra por estaca, similar al método empleado en este estudio. Sin embargo, estos autores obtuvieron alturas promedio inferiores.

Argüello-Rangel *et al.*, (2020) al comparar el perfil nutricional y productivo de *Crescentia cujete*, *Tithonia diversifolia* y *Gliricidia sepium* en trópico bajo con el empleo de semilla sexual encontraron alturas promedio de 132 cm, 124 cm y 111 cm respectivamente en el período lluvioso a los 60 días de muestreo. Aunque en esta investigación la siembra se realizó por estaca se obtuvieron alturas medias superiores en este mismo período de estudio.

Según Imaña y Encinas (2008) y Mora (2018), las variaciones en el crecimiento de una planta (altura, diámetro, entre otros) pueden atribuirse no solo a los factores genéticos, sino también a la interacción con el ambiente, donde confluyen factores climáticos como la temperatura, precipitación, viento, radiación, entre otros, así como los edáficos entre los que se encuentran las propiedades físicas, químicas y biológicas; los fitosanitarios y la competencia entre los individuos.

En la tabla 2 se observó que al inicio del período de muestreo ambos materiales vegetales presentaron valores medios del peso seco de la planta íntegra muy cercanos, sin embargo, en la medida que transcurrieron los días se evidenció un incremento del peso en ambos materiales vegetales, pero con pesos medios superiores en el material 2. En cuanto a la variabilidad de los

datos, se apreció una alta variación con respecto a sus valores medios y los mayores porcentos en este coeficiente se alcanzaron a los 44, 72, 100 y 128 días para el material vegetal 2 y en este último momento de medición para el material 12. El comportamiento de este resultado pudiera estar dado a diferentes factores como las características propias de cada material que se evaluó, los errores cometidos en el momento que se realizaron las mediciones, así como otros factores externos que no se pueden controlar adecuadamente.

Tabla 2. Caracterización de la variable peso seco de la planta íntegra en cada momento de medición para los materiales vegetales 2 y 12.

Edad (días)	Material vegetal 2					Material vegetal 12				
	Media (g)	D.E. (g)	CV (%)	Mín.	Máx.	Media (g)	D.E. (g)	CV (%)	Mín.	Máx.
30	4,03	0,11	2,80	3,96	4,16	3,13	0,08	2,57	3,05	3,21
44	20,36	5,91	29,01	15,58	26,96	14,08	1,11	7,90	13,28	15,35
58	25,01	4,63	18,51	21,32	30,20	19,63	2,61	13,29	16,70	21,70
72	68,13	24,16	35,46	51,90	95,90	26,13	3,44	13,15	24,10	30,10
86	90,27	16,86	18,68	70,80	100,40	46,73	8,61	18,42	39,90	56,40
100	76,40	24,82	32,49	55,90	104,00	71,00	4,45	6,27	66,10	74,80
114	107,73	21,16	19,64	85,63	127,80	57,63	7,60	13,19	52,90	66,40
128	116,72	29,65	25,41	99,50	150,96	95,63	40,46	42,31	67,50	142,00

Fuente: Elaboración propia

Tellez y Mendoza (2014) al evaluar el comportamiento productivo de *Tithonia diversifolia* en bancos forrajeros, bajo condiciones de suelos de piedemonte llanero encontraron producciones entre 94 y 319 g/MS/planta en fracciones de la planta completa por corte cosechadas cada 45 días. Dichos autores refieren que estas variaciones pueden atribuirse a la fluctuación de la precipitación en cada uno de los períodos previos a los cortes.

Ruiz *et al.*, (2012) plantean que conocer el comportamiento de diferentes componentes de la planta en el tiempo permite el desarrollo de trabajos futuros relacionados con la producción de biomasa, sea para corte o pastoreo.

3.3 Modelación de la altura de la planta con respecto a la edad de materiales vegetales de *Tithonia diversifolia*

En la tabla 3 se presentan los resultados de los criterios estadísticos y parámetros de los modelos que mejor describen la relación entre la edad y la altura de la planta para los materiales vegetales 2 y 12 en el período lluvioso.

Los modelos evaluados explicaron la alta variabilidad presente en los datos con valores superiores al 90% con excepción del Exponencial que solo reportó aproximadamente el 85% y 89% de variación en ambos materiales vegetales. Al analizar la significación de los parámetros se observó que en los modelos no lineales Gompertz, Logístico y Exponencial todos fueron estadísticamente significativos, sin embargo, en los lineales el parámetro “a” fue no significativo.

Tabla 3. Modelos ajustados entre la edad y la altura de la planta para los materiales vegetales 2 y 12.

Materiales vegetales	Criterios Modelos	R ² (%)	R ² aj (%)	CME	EE estimac	MAE	DW	Parámetros, EE y Signif.		
								a	b	c
2	Lineal	93,04	91,88	691,25	26,29	20,02	0,93	15,77 ±24,71 P=0,5468	2,60 ±0,29 P=0,0001	
	Polinomial de 2 ^{do} orden	97,60	96,64	285,77	16,90	9,64	1,76	-91,20 ±38,15 P=0,0623	5,84 ±1,07 P=0,0028	-0,02 ±0,01 P=0,0273
	Gompertz	98,04	97,26	233,18	15,27	9,25	1,90	348,69 ±25,39 P<0,0001	4,10 ±1,07 P=0,0085	0,03 ±0,006 P=0,0038
	Logístico	98,68	98,16	156,93	12,53	7,25	2,29	327,41 ±13,25 P<0,0001	15,35 ±4,97 P=0,0218	0,05 ±0,007 P=0,0006
	Exponencial	84,66	82,10	1524,32	39,04	29,94	0,71	90,79 ±19,30 P=0,0036	0,01 ±0,002 P=0,0023	
12	Lineal	96,08	95,43	386,41	19,66	15,59	1,52	8,75 ±18,47 P=0,6525	2,63 ±0,22 P<0,0001	
	Polinomial de 2 ^{do} orden	98,43	97,80	186,25	13,65	8,61	2,52	-67,66 ±30,80 P=0,0794	4,94 ±0,86 P=0,0023	-0,01 ±0,01 P=0,0413
	Gompertz	98,15	97,41	219,35	14,81	10,13	2,50	369,70 ±35,77 P=0,0002	3,49 ±0,77 P=0,0042	0,03 ±0,006 P=0,0058
	Logístico	97,80	96,92	260,10	16,13	11,56	2,42	343,43 ±24,78 P<0,0001	11,12 ±3,95 P=0,0286	0,04 ±0,008 P=0,0029
	Exponencial	89,07	87,25	1078,20	32,84	22,28	0,96	84,37 ±15,66 P=0,0018	0,01 ±0,002 P=0,0008	

Fuente: Elaboración propia

Al evaluar los criterios estadísticos para la selección de la bondad de ajuste de los modelos, se observó que para el material vegetal 2 el Logístico fue el que mejor describió este comportamiento al presentar menor CME (156,93), EE de estimación (12,53) y MAE (7,25), lo cual repercutió en los elevados valores de significación de sus parámetros. Además, este modelo fue el que presentó

mayor valor del estadístico DW (2,29). Este estadístico proporciona información sobre el grado de independencia existente entre los residuos, que es otro de los requisitos que indica que el modelo presenta un buen ajuste.

Por otra parte, Durbin y Watson (1951) señalan que este valor oscila entre 0 y 4, si toma valor 2 los residuos son independientes, si son menores que 2 indican autocorrelación positiva y los mayores que 2 autocorrelación negativa. Al realizar este análisis se puede asumir independencia entre los residuos cuando este estadístico toma valores entre 1,5 y 2,5. En cuanto al cumplimiento del supuesto de incorrelación no se observaron problemas, pues dicho estadístico se encontró dentro de los valores reportados por la literatura científica.

En el caso del material vegetal 12 el modelo que mejor describió la relación entre los días de muestreo y la altura de la planta fue el Polinomial de 2^{do} orden, por presentar mayor R^2 (98,43%) y mejores valores de los criterios estadísticos empleados, pero al carecer sus parámetros de interpretación biológica (Jansen, 1995) para los resultados obtenidos, no se selecciona.

Sin embargo, se elige el modelo Gompertz por presentar elevados valores de R^2 (98,15%), así como CME (219,35), EE estimación (14,81) y MAE (10,13) más pequeños en comparación al resto de los modelos evaluados y desde el punto de vista biológico estima de forma adecuada el comportamiento de los datos de la investigación. Para este caso, el estadístico DW se clasificó como adecuado con un valor de 2,50, al límite de encontrar independencia entre los residuos.

El estudio mostró problemas de incumplimiento en el supuesto de incorrelación para el material vegetal 2 donde los modelos Lineal y Exponencial alcanzaron valores inferiores a 1,4. En el caso del material 12 fue el Exponencial el que obtuvo el menor valor de este estadístico de 0,96. En el resto de los modelos los residuos distribuyeron de forma independiente.

Rodríguez (2015) informa que para la selección de los modelos no solo se debe tener en cuenta los criterios estadísticos, sino aquellos procesos fisiológicos que se relacionan con cada una de las etapas del crecimiento y desarrollo de la planta. Investigaciones realizadas por la autora en la especie *Pennisetum purpureum*, al evaluar modelos no lineales como el Gompertz y el Logístico encontró para la variable rendimiento de materia seca valor de 0,03 en el parámetro “c” para el modelo Gompertz, similar al de este estudio, pero en la variable altura de la planta del material vegetal 12.

Según Thornley y France, (2007), en el modelo de Gompertz este parámetro es un indicador del tiempo que necesita la planta para alcanzar determinada etapa del crecimiento. Por otra parte, Villegas *et al.*, (2014) plantean que este parámetro se relaciona con la tasa intrínseca de crecimiento y muestra la velocidad de crecimiento para alcanzar el desarrollo pleno del cultivo, además, es un indicativo de su desarrollo precoz, pues cuanto mayor sea este valor de “c”, más rápido el pasto alcanza su desarrollo (Rodríguez, 2015). En el caso del parámetro “b” estos autores refieren que es un factor de integración que ajusta los valores de la variable que se estudia.

Considerando lo planteado con anterioridad, se puede definir que este material presenta una velocidad de crecimiento lenta, por lo que para alcanzar la altura correspondiente se demora 0,03 cm/días; lo que podría dar un indicio de que el mismo presenta un ciclo de crecimiento largo.

La figura 1 muestra el resultado del modelo ajustado a los datos para la variable altura de la planta del material vegetal 2. La curva de crecimiento del modelo Logístico evidenció durante las primeras tres semanas un crecimiento lineal hasta los 45 días aproximadamente y a partir de los 58 días el crecimiento se incrementa hasta los 126 días donde se empieza a observar un comportamiento asintótico hasta alcanzar una altura máxima de 327,41 cm. En el análisis se manifiesta un crecimiento lento con una tasa intrínseca de 0,05 cm/días.

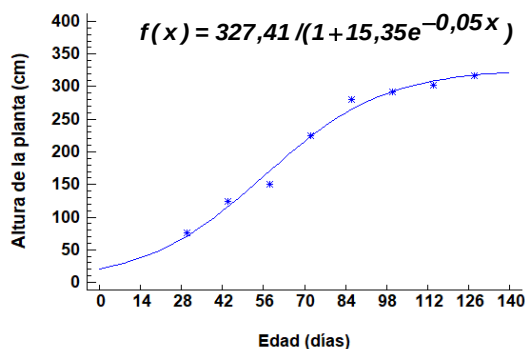


Figura 1. Comportamiento de la altura con respecto a la edad del material vegetal 2

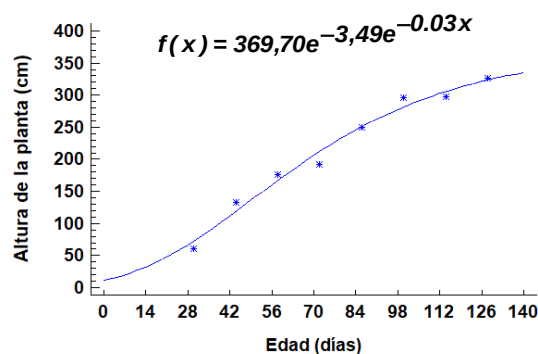


Figura 2. Comportamiento de la altura con respecto a la edad del material vegetal 12

Calvo *et al.*, (1994) plantean que el modelo Logístico logra expresar adecuadamente el crecimiento o desarrollo en función del tiempo. Este se caracteriza por tener forma sigmoideal, un punto de inflexión y dos asíntotas, una superior y otra inferior.

El ajuste de la curva del modelo Gompertz para describir la altura del material vegetal 12 mostró un crecimiento más lento al inicio del estudio hasta aproximadamente los 56 días con una altura de 192 cm, para seguir incrementándose y alcanzar su asíntota posterior a los 126 días (figura 2). Casas *et al.*, (2010) refiere que este modelo presenta un punto que corresponde a la máxima tasa de crecimiento con la edad y una asíntota, además, genera asimetría alrededor del punto de inflexión, con rápidos crecimientos tempranos, pero más lentos en la medida, en que se aproxima a la asíntota.

Según Pérez *et al.*, (2004) y Thornley y France (2007) los modelos Logístico y Gompertz se caracterizan por formar una curva sigmoidea que se ajusta al crecimiento típico de las plantas. García *et al.*, (2007) y Rodríguez *et al.*, (2007) confirmaron que estos modelos presentaron buen ajuste con respecto a los datos experimentales de rendimiento y altura de otras especies y variedades de pastos, como *Panicum maximun* vc. Mombaza y *Pennisetum purpureum* vc. Cuba CT-115.

Otro estudio desarrollado por Rodríguez *et al.*, (2011) al estimar la dinámica de crecimiento de *Pennisetum purpureum* vc. Cuba CT-169, encontraron que los modelos clásicos de mejor ajuste para las variables acumulación de materia

seca y altura de la planta fueron el Gompertz para el período lluvioso y el Logístico para el poco lluvioso. Estos resultados coinciden con los obtenidos para el material vegetal 12 al analizar la variable altura en el período que se evalúa.

Por otra parte, Ruiz *et al.*, (2012) evaluaron el crecimiento de *Tithonia diversifolia* colecta 10 en el período lluvioso y reportaron que el modelo de Gompertz fue el de mejor ajuste para la altura del plantón alcanzándose valores por encima de 80 cm a las cuatro semanas. Resultados similares fueron alcanzados en el material vegetal 12 en este mismo período.

La obtención de estos modelos resultó de gran importancia práctica, pues a partir de su empleo se pudo conocer el comportamiento del crecimiento de la *Tithonia diversifolia* en el período lluvioso. Esta alternativa de análisis sirve de guía a investigadores y productores para estimar la altura máxima que puede alcanzar esta especie, así como su velocidad de crecimiento.

En las figuras 3 y 4 se observan los gráficos de los residuos para los materiales vegetales 2 y 12. Se aprecia en ambos casos los puntos que se distribuyen de manera aleatoria por encima y por debajo de la diagonal principal, los resultados obtenidos sugieren que la variable en estudio sigue una distribución normal.

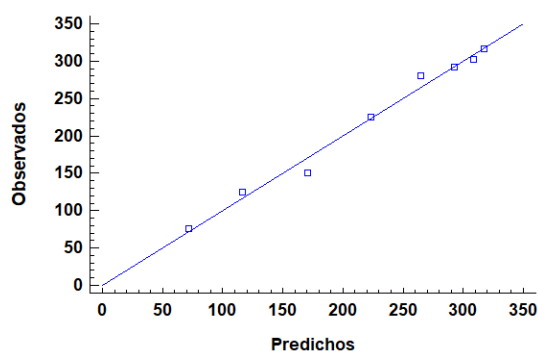


Figura 3. Gráficos de los residuos de la altura de la planta del material vegetal 2

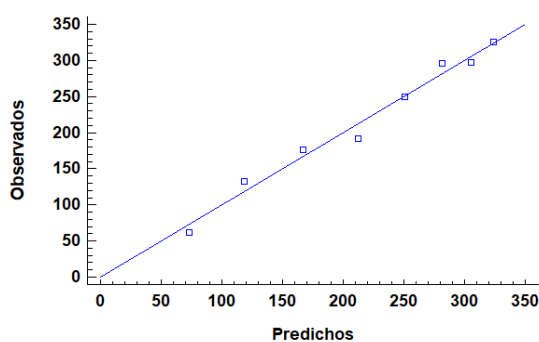


Figura 4. Gráficos de los residuos de la altura de la planta del material vegetal 12

En la tabla 4 se presentan los resultados del análisis de distribución Normal de los residuos considerando la dística Shapiro-Wilks (1965). Salvador y Gargallo (2003) señalan que esta prueba es potente y se recomienda cuando el tamaño

de muestra es menor de 30 observaciones. En el estudio se observó que los valores de probabilidad para la variable analizada en ambos materiales vegetales fueron superiores a 0,05, lo que indica el cumplimiento de dicho supuesto, por lo que se corrobora a partir de esta prueba la información obtenida en los gráficos anteriores.

Tabla 4. Prueba de normalidad de los residuos a partir de la d cima de Shapiro-Wilks para los materiales vegetales 2 y 12.

Variable	D�cima de Shapiro-Wilks	
	Material vegetal 2	Material vegetal 12
Altura de la planta (cm)	p=0,1595	p=0,5834

Fuente: Elaboración propia

La falta de normalidad es un problema que afecta especialmente a la estimación de la varianza del modelo y no se obtienen intervalos de confianza precisos del error experimental. Spiegel y Stephens (2009) plantean que la hipótesis de que los errores siguen una distribución Normal se puede comprobar de forma gráfica y an lica. En este sentido, el incumplimiento de alguno de estos supuestos puede conllevar a conclusiones erróneas, trayendo consigo malas estimaciones de los parámetros e inadecuada interpretación biológica de los resultados, así como problemas en la toma de decisiones.

Teniendo en cuenta la estimación de los parámetros en los modelos de crecimiento es posible describir o caracterizar el sujeto modelado en el tiempo, así como, estimar el comportamiento de otros indicadores de interés como la tasa de madurez según la edad de rebrote, el rendimiento a la edad en que se alcanza el punto de inflexión y el momento óptimo para la utilización de la planta (Rodríguez, 2015).

En la figura 5 se muestra los incrementos de la altura de la planta para el material vegetal 2. Se observó que la planta mostró un crecimiento rápido de los 30 hasta los 55 días con tasas de incrementos estimadas entre 2,86 a 4,09 cm/días. De 42 a 65 días aproximadamente se produjo un cambio de concavidad de la función y a partir de ese momento la velocidad de crecimiento

comenzó a disminuir con tendencia a la formación de la asíntota horizontal posterior a los 126 días. A los 55 días se alcanzó el punto de inflexión del modelo con una altura máxima aproximadamente de 165,25 cm. Según Villegas *et al.*, (2018) este comportamiento puede estar dado a que en el período lluvioso existe una mayor velocidad de crecimiento de este cultivo.

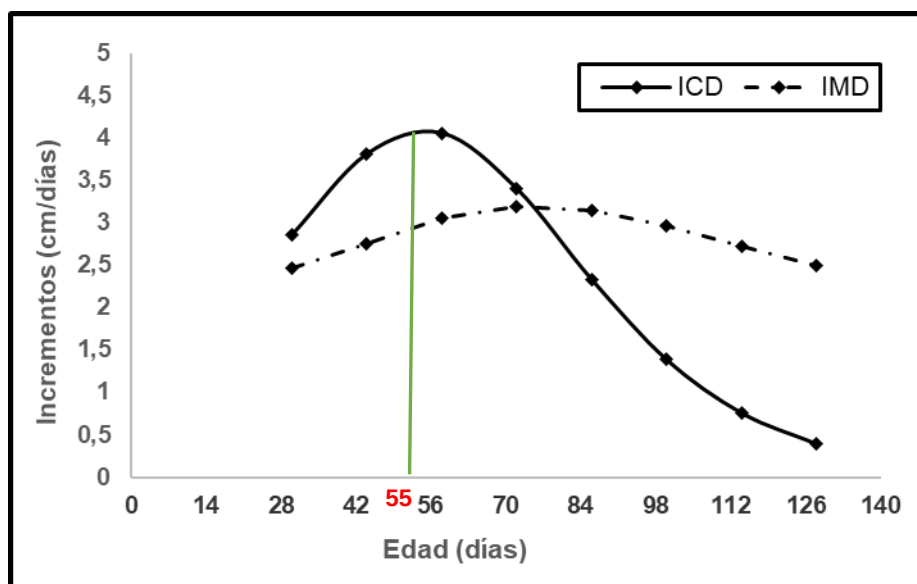


Figura 5. Incrementos de la altura de la planta para el material vegetal 2

El punto de intersección de ambas curvas, indica que a los 72 días aproximadamente la planta disminuye su ritmo de crecimiento con valores de altura promedio de 227,20 cm. En este momento el follaje de la planta se concentra en la parte superior donde es poco aprovechado por los animales. A partir de esa edad las tasas de incremento descienden y comienzan a estabilizarse en el tiempo.

En la figura 6 se presenta la máxima velocidad de crecimiento, punto de inflexión y la intercepción de las dos curvas para el material vegetal 12. Se apreció un rápido crecimiento entre los 30 y 42 días mostrando siete días antes un incremento más acelerado que el material vegetal 2 y con mayores valores estimadas en sus tasas de crecimiento alrededor de 3,81 y 4,08 cm/días. Por otra parte, se observó que este material vegetal alcanzó el punto de inflexión a los 42 días con una altura máxima aproximada de 137,38 cm. Este sería desde el punto de vista matemático el momento en el que la planta logra una mayor

velocidad de crecimiento. Este comportamiento pudiera estar dado a las características fenotípicas que presenta dicho material, así como las condiciones del suelo y manejo del cultivo.

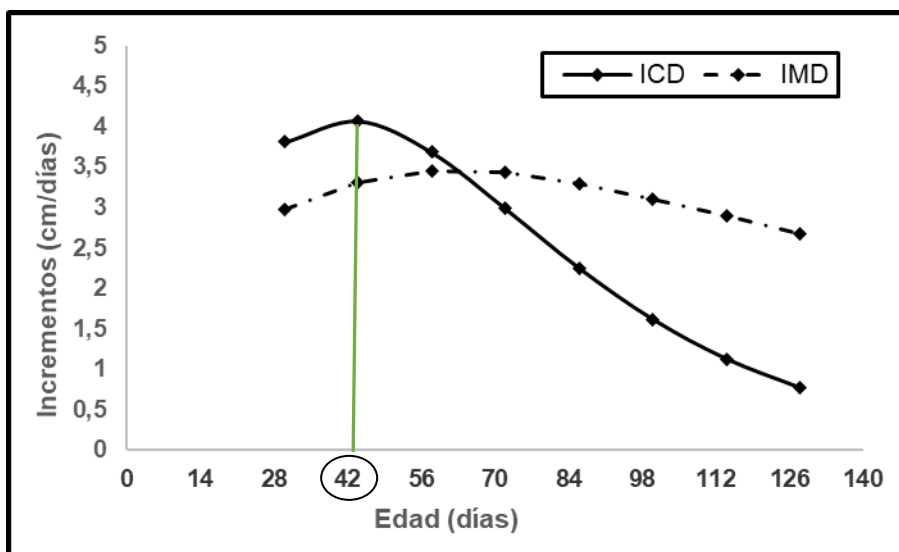


Figura 6. Incremento de la altura de la planta para el material vegetal 12

Además, se evidenció un cambio de concavidad de la función después del punto de inflexión y la velocidad de crecimiento comienza a disminuir de forma brusca para posteriormente estabilizarse en el tiempo. El punto de intersección de ambas curvas se obtuvo alrededor de los 60 días aproximadamente con una altura promedio de 207,64 cm. Según Jama *et al.*, (2000) el desarrollo y velocidad de crecimiento de la tithonia puede variar en función del material usado para su establecimiento, pudiendo ser semilla sexual o estacas, este último método el más común, el cual coincide con el empleado en esta investigación.

3.4 Modelación del peso seco de la planta íntegra con respecto a la edad de materiales vegetales de *Tithonia diversifolia*

En la tabla 5 se presentan los criterios estadísticos de comparación para la selección del modelo de mejor bondad de ajuste de la variable peso seco de la planta íntegra para ambos materiales vegetales. Los modelos explicaron una alta variabilidad entre la variable en estudio y la edad de la planta en días en el período lluvioso, con valores superiores al 90% con excepción del Exponencial que solo logró explicar un 84% de la variabilidad en el material vegetal 2.

Tabla 5. Modelos ajustados entre la edad y el peso seco de la planta íntegra para los materiales vegetales 2 y 12

Materiales vegetales	Criterios Modelos	R ² (%)	R ² aj (%)	CME	EE estimac	MAE	DW	Parámetros, EE y Signif.		
								a	B	c
2	Lineal	93,06	91,90	145,51	12,06	8,41	2,38	-32,46 ±7,72 P=0,0057	1,22 ±0,09 P=0,0001	
	Polinomial de 2 ^{do} orden	93,77	91,28	156,61	12,51	7,77	2,64	-50,07 ±28,24 P=0,1364	1,78 ±0,79 P=0,0738	-0,004 ±0,005 P=0,4825
	Gompertz	94,39	92,14	141,13	11,88	7,55	2,78	123,67 ±21,38 P=0,0021	10,04 ±8,86 P=0,2444	0,04 ±0,02 P=0,0509
	Logístico	93,82	91,35	155,39	12,47	8,15	2,57	110,83 ±11,78 P=0,0003	102,19 ±155,23 P=0,4918	0,07 ±0,02 P=0,0297
	Exponencial	84,10	81,45	333,19	18,25	14,14	1,30	15,16 ±6,06 P=0,0490	0,02 ±0,004 P=0,0040	
12	Lineal	91,63	90,24	97,97	9,90	7,31	2,74	-29,91 ±6,10 P=0,0027	0,91 ±0,07 P=0,0001	
	Polinomial de 2 ^{do} orden	92,99	90,19	98,42	9,92	5,82	3,03	-8,04 ±22,39 P=0,7341	0,28 ±0,63 P=0,6781	0,004 ±0,004 P=0,3694
	Gompertz	92,69	89,77	102,67	10,13	6,01	3,10	143,76 ±81,12 P=0,3742	6,38 ±4,87 P=0,0485	0,02 ±0,01 P=0,2663
	Logístico	92,41	89,38	106,62	10,33	6,15	3,05	115,40 ±44,82 P=0,0692	49,31 ±50,91 P=0,3034	0,04 ±0,02 P=0,0700
	Exponencial	90,60	89,03	110,08	10,49	7,11	2,20	6,68 ±2,61 P=0,0453	0,02 ±0,003 P=0,0010	

Fuente: Elaboración propia

En este material los modelos que mejor describieron esta relación o bondad de ajuste fueron los no lineales Gompertz y Logístico, seguido por los dos lineales evaluados. A pesar, de que el Gompertz fue el de mayor coeficiente de determinación (94%), menores errores estándar, no se seleccionó porque los parámetros “b” y “c” no fueron significativos. Otro modelo que pudo ser seleccionado fue el Logístico por presentar los mejores criterios de bondad de ajuste, sin embargo, el parámetro “b” mostró una sobreestimación, lo que influyó en un elevado valor de su error estándar, de haber sido utilizado dicho modelo se produciría un sesgo en la estimación del mismo.

Considerando estas deficiencias se selecciona el modelo Lineal como el de mejor bondad de ajuste a partir de los criterios evaluados con un coeficiente de

determinación de 93,06%. Sus resultados indican que por cada unidad de aumento de la edad en días existe un incremento en el peso seco de la planta íntegra de 1,22 g/días. Con respecto al supuesto de incorrelación, no se observan problemas de incumplimiento, pues el estadístico Durbin-Watson se encontró dentro de los valores adecuados reportados por la literatura científica.

En el caso del material vegetal 12 los modelos con mejores criterios de bondad de ajuste fueron el Polinomial de 2^{do} orden, el Gompertz y el Logístico con los mayores coeficientes de determinación y menores errores estándar de estimación. Sin embargo, no se seleccionó ninguno de estos porque los parámetros que permiten una interpretación biológica de la variable en estudio en el tiempo no fueron estadísticamente significativos, con excepción del parámetro “*b*” en el modelo Gompertz. En tal sentido, se selecciona el Lineal porque desde el punto de vista biológico fue el que permitió describir el comportamiento de la variable respuesta. Este resultado indica que por cada unidad de aumento de los días de muestreo se incrementa el peso seco de la planta íntegra en 0,91 g/días. Con respecto al supuesto de incorrelación, no se observan problemas de incumplimiento, pues el estadístico Durbin-Watson resultó mayor que 1,4 en todos los modelos evaluados.

Estudios desarrollados por Ruiz *et al.*, (2021) al evaluar el comportamiento del crecimiento de algunas componentes morfológicas de *Tithonia diversifolia* material vegetal O-23 colectado en las zonas de Las Tunas y Granma encontraron un ajuste lineal para esta misma variable, similar a los de esta investigación, pero para los materiales vegetales 2 y 12. Sin embargo, estos autores observaron que por cada unidad de aumento de los días de muestreo la planta alcanzó un peso de 6,95 g de MS, superior a los de estos materiales que fueron de 1,22 g y 0,91 g de MS respectivamente.

Del Pozo y Cossio (2006) al emplear modelos matemáticos para predecir el crecimiento y rendimiento de la especie *Bougainvillea campanulata* Heimerl bajo condiciones de monte natural en Puerto Margarita encontraron ajuste cuadrático para la variable peso seco con un coeficiente de determinación de 0,89 y los menores valores en la varianza residual, así como de errores

estándar de estimación. Cabe señalar que, en este estudio se alcanzaron coeficientes de determinación superiores a 0,90.

En las figuras 7 y 8 se muestra el comportamiento del peso seco de la planta íntegra de los materiales vegetales 2 y 12 ajustados por el modelo lineal. Se observó un incremento en los pesos durante todo el período de experimentación alcanzándose valores máximos de pesos estimados de 121,72 g y 84,53 g respectivamente, este último con pesos inferiores.

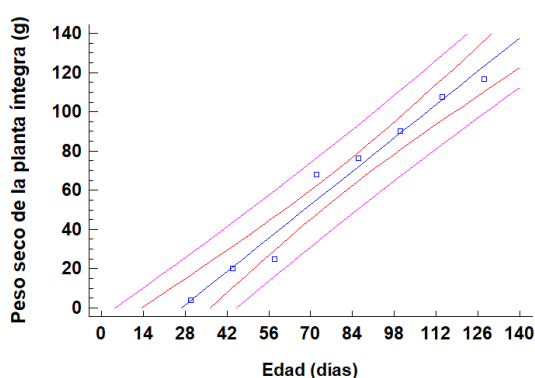


Figura 7. Comportamiento del peso seco de la planta íntegra del material vegetal 2

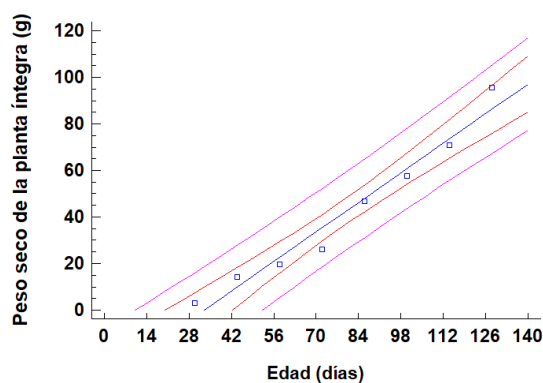


Figura 8. Comportamiento del peso seco de la planta íntegra del material vegetal 12

Según Cordoví *et al.*, (2013); Mora (2018); Mayo-Mendoza *et al.*, (2018); Noda-Leyva y Martín-Martín (2017) plantean que los pesos secos de las plantas están relacionados con la capacidad de adaptación de las especies para aprovechar nutrientes, la frecuencia de corte y la densidad de siembra, que puede favorecer el efecto de la competencia entre plantas, alcanzando un mayor crecimiento.

Ruiz y Febles (2000) al evaluar diferentes modelos para estudiar el crecimiento de un grupo de especies arbóreas tropicales comprobaron la utilidad de esta herramienta estadística - matemática para describir dicho comportamiento. Además, determinaron el modelo de mejor ajuste al realizar siembras en dos momentos del período lluvioso, lo cual posibilitó brindar recomendaciones más precisas al respecto.

Las figuras 9 y 10 muestran la dispersión de los residuos de la variable peso seco de la planta íntegra para los materiales vegetales 2 y 12. Se observa que en ambos casos los puntos se distribuyen de manera aleatoria por encima y por debajo de la diagonal principal, los resultados obtenidos sugieren que la variable en estudio sigue una distribución normal.

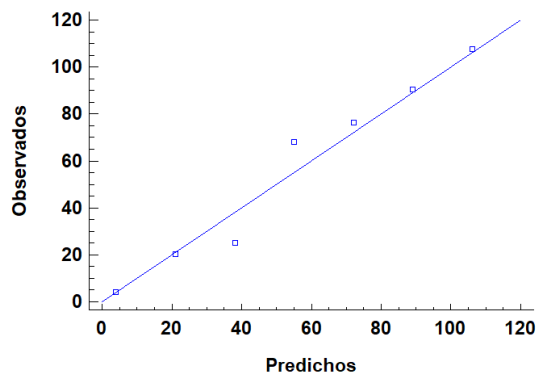


Figura 9. Gráficos de los residuos del peso seco de la planta íntegra del material vegetal 2

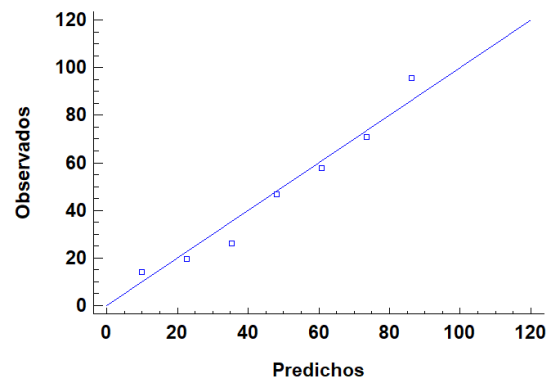


Figura 10. Gráficos de los residuos del peso seco de la planta íntegra del material vegetal 12

En la tabla 6 se presentan los resultados del análisis de distribución Normal de los residuos considerando la d cima Shapiro-Wilks. Se aprecia que los valores de probabilidad para ambos materiales vegetales fueron superiores a 0,05, lo que indica el cumplimiento de dicho supuesto, por lo que se corrobora a partir de esta prueba la información obtenida en los gráficos anteriores.

Tabla 6. Prueba de normalidad de los residuos para la variable peso seco de la planta íntegra para los materiales vegetales 2 y 12.

Variable	D�cima de Shapiro-Wilks	
	Material vegetal 2	Material vegetal 12
Peso de la planta íntegra (g)	p=0,3480	p=0,6680

Fuente: Elaboración propia

3.5 Relación funcional del peso seco de la planta íntegra y la altura de la planta

En la tabla 7 se muestra una relación lineal entre las variables peso seco de la planta íntegra (variable dependiente) y altura de la planta (variable independiente) para los materiales vegetales 2 y 12. Se observó que los

modelos lograron explicar el 95% y 89% de su variabilidad respectivamente, con significación estadística en los modelos y sus parámetros. Los resultados indicaron que por cada unidad de aumento de la altura de la planta se incrementa el peso seco en 0,45 g/cm para el material vegetal 2 y 0,33 g/cm para el 12. El estadístico Durbin-Watson alcanzó valores superiores a 1,4 y se considera de adecuado según lo reportado en la literatura científica.

Tabla 7. Modelo lineal ajustado entre el peso seco de la planta íntegra y la altura de la planta para los materiales vegetales 2 y 12.

Modelo	Criterios Material vegetal	R ² (%)	R ² ajust (%)	CME	EE estimac	MAE	DW	Parámetros, EE y Signif.		Signif. modelo
								a	b	
Lineal	2	95,07	94,25	103,26	10,16	6,56	2,07	-35,30 ±9,87 P=0,0117	0,45 ±0,04 P<0,0001	P<0,0001
	12	89,03	87,20	128,41	11,33	8,38	1,73	-28,59 ±10,85 P=0,0387	0,33 ±0,05 P=0,0004	P=0,0004

Fuente: Elaboración propia

Este resultado indica que mientras más crece la inserción de las hojas se incrementa el peso de la planta. Es importante señalar que, el desarrollo y crecimiento de la planta puede variar en función del material usado para su establecimiento. Según Vivas-Arturo *et al.*, (2022) el potencial productivo de esta planta está relacionado con diferentes factores entre los que se encuentran la plasticidad ecológica de la especie, el manejo, atenciones culturales y condiciones edafoclimáticas.

CONCLUSIONES

- ❖ El análisis de los referentes teóricos - metodológicos permitió definir que entre los modelos que mejor describen el crecimiento de *Tithonia diversifolia* se encuentran los lineales y no lineales.
- ❖ La caracterización estadística ayudó a identificar que el material vegetal 2 presentó un crecimiento medio más continuo en su altura y mayor incremento en el peso seco de la planta íntegra en el tiempo.
- ❖ El modelo Logístico para el material vegetal 2, y el Gompertz para el material 12 fueron los que mejor explicaron la dinámica de crecimiento de *Tithonia diversifolia* a través de la variable altura de la planta y para el peso seco de la planta íntegra fueron los lineales.

RECOMENDACIONES

- ❖ Estudiar el comportamiento del crecimiento de estos materiales vegetales en el período poco lluvioso del año en estudio.
- ❖ Investigar nuevos modelos para evaluar el comportamiento de estos indicadores con el efecto de la edad, variables climáticas y de fertilización.
- ❖ Profundizar en el comportamiento de otros componentes morfológicos de diferentes materiales vegetales de *Tithonia diversifolia* bajo diferentes condiciones con el fin de validar los modelos propuestos.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aggrey, S.E., 2002. Comparison of three nonlinear and spline regression models for describing chicken growth curves. *Poult Sci*, 81, pp.1782–1788.
- Aggrey, S.E., 2009. Logistic nonlinear mixed effects model for estimating growth parameters. *Poult Sci*, 88, pp. 276–280.
- Agudelo, D.G., Cerón, M.F. y Restrepo, L.F., 2008. Modelación de las funciones de crecimiento aplicadas a la producción animal. *Rev Colomb Cienc Pecu*, 21, pp. 39-58.
- Ali, T.E. y Schaeffer, L.R., 1987. Accounting for covariances among test day milk yields in dairy cows. *Can J Anim Sci*, 67 (3), pp. 637-644.
- Álvarez, A. 2019. Variación de los periodos de crecimiento para tres pastos tropicales, bajo los efectos del cambio climático. *Pastos y Forrajes*, 42(2), pp. 104-113.
- Anon., 1989. Atlas Nacional de Cuba. (ed.). Instituto de Geografía de la Academia de Ciencias de Cuba e Instituto Cubano de Geodesia y Cartografía. Impreso por el Instituto Geográfico Nacional de España.
- Anon., 1995. Software estadístico Statgraphics Plus. versión 5.1 sobre Windows.
- Anthony, N.B., Emmerson, D.A., Nestor, K.E., Bacon, W.L., Siegel, P.B. y Dunnington, E.A., 1991. Comparison of growth curves of weight selected populations of turkeys, quail and chickens. *Poult Sci*, 70, pp.13–19.
- Ares, A., Boniche, J., Quesada, J.P., Yost, R., Molina, E. y Smyth, T.J., 2002. Estimación de biomasa por métodos alométricos, nutrimentos y carbono en plantaciones de palmito en Costa Rica. *Agronomía Costarricense*, 26(2), pp.19-30.
- Argüello-Rangel, J., Mahecha-Ledesma, L. y Angulo-Arizala, J., 2020. Perfil nutricional y productivo de especies arbustivas en trópico bajo, Antioquia (Colombia). *Ciencia y Tecnología Agropecuaria*, 21(3), pp.1-20.
- Barker, D.J., Ferraro, F.P., La Guardia, R., Mark, R., Lopes, F. y Albrecht, K.A., 2010. Analysis of Herbage Mass and Herbage Accumulation Rate Using Gompertz Equations. *Agronomy Journal*, 102(3), pp. 849-857.

- Bernal, J., 1991. *Pastos y forrajes tropicales: producción y manejo*. 2da ed. Banco Ganadero, COL.
- Bocco, M., 2010. *Funciones elementales para construir modelos matemáticos*. Ministerio de Educación de la Nación. Instituto Nacional de Educación Tecnológica. Buenos Aires. Argentina
- Botero, J.M., Gómez, A. y Botero, M.A., 2019. Rendimiento, parámetros agronómicos y calidad nutricional de la *Tithonia diversifolia* con base en diferentes niveles de fertilización. Nota de investigación. *Rev Mex Cienc Pecu*, 10(3), pp. 789-800.
- Budimulyati, S., Noor, R. R., Saefuddin, A. y Talib, C., 2012. Comparison on Accuracy of Logistic, Gompertz and von Bertalanffy Models in Predicting Growth of New Born Calf Until First Mating of Holstein Friesian Heifers. *Journal of the Indonesian Tropical Animal Agriculture*, 37 (3), pp. 151-160.
- Buxton, D. y Fales, S., 1994. Plant environment and quality. In: G. Fahey, editor, Forage quality, evaluation, and utilization. *American Society of Agronomy, Madison, WI, USA*. pp. 155-199.
- Cabrera, A., Guerra, C.W. y Nico, D.E., 1999. Modelos probabilísticos y teoría de fiabilidad aplicados en la Mecanización Agropecuarias. *Revista de Ciencia y Técnica Agropecuaria*, 8(2), pp. 69-73.
- Cairns, M.F., 1996. Study on Farmer Management of Wild Sunflowers (*Tithonia diversifolia*) short communication. ICRAF S E. Asian Regional Research Programme.
- Calderón, J.F., 2017. Ajuste de un modelo cinético para el crecimiento de *Lactobacillus acidophilus* en la fermentación de un sustrato complejo. Tesis en opción al título de Ingeniero químico. Fundación Universidad de América. Facultad de Ingenierías. Departamento de Ingeniería Química. Bogotá.
- Calle, Z. y Murgueitio, E., 2008. El botón de oro: arbusto de gran utilidad para sistemas ganaderos de tierra caliente y de montaña. *Carta Fedegán*, 108, pp. 54 -63.
- Candelaria, B., Ruiz, O., Gallardo, F., Pérez, P., Martínez, A., y Vargas, L., 2011. Aplicación de modelos de simulación en el estudio y planificación de la agricultura, una revisión. *Trop. subtrop. agroecosyt*, 14(3).

- Canu, F.A., Audia, I., Tobar, D. y Andrade, H.J., 2018. Estrategia de desarrollo bajo en carbono (LCDS) para el sector ganadero en Nicaragua. Copenhague: UNEP DTU Partnership. 90 p.
- Casas, G.A., Rodríguez, D. y Afanador, G., 2010. Mathematical properties of the Gompertz model and its application to the growing pig. *Revista Colombiana de Ciencias Pecuarias*, 23, pp. 349-358.
- Castro, I. y Hétier, J.M., 2015. *Modelización y experimentación agronómica. En: Tierras Llaneras de Venezuela... tierras de buena esperanza*. 1ra ed. Venezuela: Consejo de Publicaciones de la Universidad de Los Andes.
- Chacín, F., 1998. *Análisis de regresión y superficie de respuesta*. Ed. Cásares. R. Segovia, A. Gaskin. D. Facultad de Agronomía. Universidad Central de Venezuela. 111 p.
- Challa, H., Heuvelink, E. y Van Meeteren, U., 1995. *Crop growth and development. Long-term responses. Crop growth*. Greenhouse climate control: an integrated approach. Wageningen: Wageningen Pers.
- Chávez, E.D., Sabín, R.Y., Toledo, D.V. y Jiménez, Á.Y., 2013. La Matemática: una herramienta aplicable a la Ingeniería Agrícola. *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 22(3), pp. 81-84.
- Cordoví, E., Ray, J., Tamele, O., Nhantumbo, S., & Chimbambala, A., 2013. Caracterización de especies arbóreas y arbustivas forrajeras en clima semiárido del sur de Mozambique. *Pastos y Forrajes*, 36(4), 434-439.
- Cornejo, O. y Rebolledo, R., 2016. Estimación de parámetros en modelos no lineales: algoritmos y aplicaciones. *Revista EIA*. 13(25), pp. 81-98.
- Crespo, G. 2010. Utilización de residuales de las instalaciones pecuarias para la producción de pastos y forrajes tropicales. Resúmenes. Congreso 45 Aniversario del Instituto de Suelo y VII Congreso de la Sociedad Cubana de la Ciencia del Suelo. La Habana, Cuba. 41 p.
- Curbelo, M.A., Pérez, Y.E., y Montero, E., 2016. Modelo matemático para explicar la intención de permanencia del personal académico de la Universidad de Cienfuegos. *Revista Universidad y Sociedad*. 8(2). pp. 7-19.
- Del Pozo, P.P. y Cossio, N.C., 2006. Mathematical model to predict the growth and rate of *Bougainvillea campanulata* Heimerl specie in natural conditions in

- Puerto Margarita. *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 15(4), pp. 21-23.
- Del Pozo, P.P. y Herrera, R.S. 1995. Modelado del crecimiento del pasto estrella (*Cynodon nlemfuensis*). 1. modelo multiplicativo con control de la curva de crecimiento y los efectos ambientales. *Rev. Pastos y Forrajes*, 18(2), pp. 171-177.
- Del Pozo, P.P., 1998. Análisis del crecimiento del pasto estrella (*C. nlemfuensis*) bajo condiciones de corte y pastoreo. Tesis en opción al título de Doctor en Ciencias Agrícolas. Instituto de Ciencia Animal. Cuba.
- Di Rienzo, J.A., Balzarini, M., Casanoves, F., González, L., Tablada, M., Guzmán, W. y Robledo, C.W., 2012. InfoStat, versión 2012. Grupo InfoStat, FCA. Universidad Nacional de Córdoba. Argentina.
- Díaz, D., 2007. Evaluación agronómica de nuevas variedades *Pennisetum purpureum* en condiciones de sequía el Valle del Cauto. Tesis en opción al título de Master. Universidad de Matanzas. Cuba.
- dos Santos Silva, A.M., Santos, M.V., da Silva, L.D., dos Santos, J.B., Ferreira, E.A. and Santos, L.D.T., 2021. Effects of irrigation and nitrogen fertilization rates on yield, agronomic efficiency and morphophysiology in *Tithonia diversifolia*. *Agricultural Water Management*, 248.
- Dumroese, R.K., Jacobson, F.D. y Wilkinson, K.M., 2012. *Fases de cultivo: Establecimiento y crecimiento rápido*. Libro: Producción de plantas en viveros forestales. ISBN 978-987-510-209-5. Editores: Consejo Federal de Inversiones (CFI). Impreso en Argentina-Derechos reservados.
- Edwards, C.H y Penney, D.E, 2008. *Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera*. Cómputo y Modelado. Cuarta Edición. México. Pearson. 803 p.
- Fasuyi, A.O. y Afolabi, A.A., 2013. Protein supplementation value of sun-dried ensiled sunflower (*Tithonia diversifolia*) in grower pigs: Growth performance and nitrogen utilization. *African Journal of Food Science*, 7(9), pp. 344-349.
- Fernández, L. y Guerra, C.W., 2005. *El uso de modelos bio-matemáticos fortalecen la enseñanza de la matemática en universidades agropecuarias*. V Congreso Internacional Virtual de Educación. Universidad Agraria de La Habana, "Fructuoso Rodríguez Pérez". La Habana. Cuba

- Fernández, L., 1996. Modelos que describen la dinámica de procesos biológicos en las Ciencias Agropecuarias. Tesis presentada en opción al título de Maestro en Ciencias en Matemática Aplicada. Universidad Agraria de La Habana. Cuba.
- Fernández, L., Guerra, C.W. y Del Pozo, P.P., 2000. Modelos Matemáticos que describen procesos biológicos. Publicación de la dirección de información Científica y tecnológica. Universidad Agraria de la Habana. Cuba. 29 p.
- Fernández, L., Guerra, C.W., De Calzadilla, J. y Lim, N.U., 2017. Desarrollo de la modelación estadístico--matemática en las ciencias agrarias. Retos y perspectivas. *Investigación Operacional*, 38(5), pp. 462-467.
- Fernández, L., Menéndez, A., Guerra, C.W. y Suárez, M., 2001. Estimación de curvas de lactancias estándar de la raza Siboney de Cuba para su utilización en extensiones de lactancia. *Revista Cubana de Ciencia Agrícola*, 35, 99 p.
- Fernández, L., Rangel, L., Guerra, C.W. y Del Pozo, J., 2019. Modelación Estadístico-Matemática en Procesos Agrarios. Una aplicación en la Ingeniería Agrícola. *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 28(2).
- Fernández, L., Tonhati, H., Albuquerque, L.G., Aspilcueta-Borquis, R.R. y Menéndez Buxadera, A., 2011. Modelos de regresiones aleatorias para la estimación de parámetros genéticos y estudios de curvas de lactancia del Holstein en Cuba. *Revista Cubana de Ciencia Agrícola*, 45(1), pp. 1-6.
- Fredrickson, A. G., Megee, R.D., Tsuchiya, H.M., Control, D. y Fermentors, C., 1970. Mathematical models for fermentation processes. *Advances in applied microbiology*, 13, pp. 419–465.
- Gallego, L., Mahecha, L. y Angulo, J., 2014. Potencial forrajero de *Tithonia diversifolia* Hemsl. A Gray en la producción de vacas lecheras. *Agron. Mesoam.*, 25(2), pp. 392-403.
- Gálvez, G., 2008. Modelación del crecimiento de las plantas. Modelación de cultivos agrícolas. En: Seminario de modelación de cultivos. pp. 13-14
- Gálvez, G., Sigarroa, A., López, T. y Fernández, J., 2010. Modelación de cultivos agrícolas. Algunos ejemplos. *Cultivos Tropicales*, 31(3), pp. 60-65.
- García, C.R., Martínez, R.O., Tuero, R., Cruz, A.M., Romero, A., Estanquero, L. & Noda, A., 2007. Caracterización de la dinámica de crecimiento y calidad del *Panicum maximum* vc. Mombaza en un suelo ferralítico de provincia La

- Habana. II Congreso de Producción Animal Tropical. Eds. M.F. Díaz, R.S. Herrera, T. Ruíz. Cuba. p. 231
- Gasca, G.B., 2019. Modelación matemática de la producción de biomasa de la *Moringa oleífera* en diferentes condiciones de manejo. Tesis en opción al título de Master en Biomatemática. Facultad de Ciencias Técnicas. Universidad Agraria de La Habana. Cuba.
- Gómez, A. y Rivera, H., 1987. Descripción de malezas en cultivos de café. Centro Nacional de Investigación en café, Chinchiná (Caldas). 490 p.
- Gómez, D., 2008. Métodos para el estudio de pastos: Caracterización, ecología y valoración. [En línea] En <https://jolube.files.wordpress.com/2008/06/gomez_2008_metodos_pastos.pdf> [recuperado: 16 de diciembre de 2021].
- González, S.S. y Pereda, M., 2004. Crecimiento y desarrollo en rumiantes. Parte 1. *Revista del Borrego*, 28.
- Grossman, M. y Bohren, B.B., 1985. Logistic growth curve of chickens: heritability of parameters. *The Journal of Heredity*, 76, pp. 459–462.
- Grossman, M., Bohren, B.B. y Anderson, V.L., 1985. Logistic growth curve of chickens: a comparison of techniques to estimate parameters. *The Journal of Heredity*, 76, pp.397–399.
- Guerra, C.W., Cabrera, A. y Fernández, L., 2003. Criterios para la selección de modelos estadísticos en la investigación científica. *Revista Cubana de Ciencia Agrícola*, 37(3), pp. 3-10.
- Guevara, E., 2007. La simulación del desarrollo, crecimiento y rendimiento en maíz. [On line] Disponible en: <<http://www.fertilizando.com/articulos/simulaciondesarrollocrecimientoyrendimientoenmaiz.asp>> [Accedido: 16 de diciembre de 2021].
- Heemst Van, H.D.J., 1986. The distribution of dry matter during growth of a potato crop. *Potato Research*, 29(1), pp. 55-66.
- Hernández, A., Pérez, J.M.; Bosch, D. y Castro, N., 2015. *Clasificación de los Suelos de Cuba 2015*. Ediciones INCA. Mayabeque, Cuba. 64 p. ISBN: 978-959-7023-77-7.
- Hernández, G.A., Martínez, H.P., Mena, U.M., Pérez, P.J. y Enriquez, Q.J.F., 2002. Dinámica de rebrote en pasto insurgente (*Brachiaria brizantha* Hochst.

- Stapf.) pastoreado a diferente asignación en la estación de lluvias. *Tec. Pecu. Mex.*, 40(2), pp. 193-205.
- Hernández-Garay, A. y Martínez, H.P.A., 1997. *Utilización de pasturas tropicales*. Producción de ovinos en zonas tropicales. Fundación Produce-Inifap. pp. 8-24.
- Herrera, R.S., García, M. y Cruz, A.M., 2016. Relación entre algunos indicadores climáticos con la altura, rendimiento y población de clones de *Pennisetum purpureum*. *Avances en investigación Agropecuaria*, 20(2), pp. 33-41.
- Heuzé, V., Tran, G., Reverdin, G. y Lebas, F., 2015. Mexican sunflower (*Tithonia diversifolia*). Feedipedia, a programme by INRA, CIRAD, AFZ and FAO.
- Hodgson, J., 1990. "*Grazing management. Science into Practice*", Longman Handbooks in Agriculture, p. 201.
- Holguín, V., Ortiz, S., Grisalez, A. Velasco, N., Mora, J., 2015. Evaluación multicriterio de 44 introducciones de *Tithonia diversifolia* (Hemsl.) a. Gray en Candelaria, Valle del Cauca. *Rev. Med. Vet. Zoot.*, 62(2), pp. 57-72.
- Imaña, J., & Encinas, O., 2008. *Epidometría forestal*. Universidad de Brasilia.
- Jama, B.A., Palm, C.A., Buresh, R.J., Niang, A.I, Gachengo, C.N., Nziguheba, G. y Amadalo, B.A, 2000. *Tithonia diversifolia* as a green manure for soil fertility improvement in western Kenya a review. *Agroforestry Systems*, 49(2), pp. 201–221.
- Jay, O., 2012. Metodología para la comparación de tratamientos en modelos de regresión no lineal aplicados a procesos biológicos. Tesis en opción al título de Doctor en Ciencias Veterinarias. Instituto de Ciencia Animal. Cuba.
- Jiménez, M., 1997. Ecuaciones diferenciales en la Mecanización Agropecuaria, La Habana. Tesis en opción al título de Master en Matemática Aplicada a las Ciencias Agropecuarias. Universidad Agraria de La Habana. Cuba.
- King, R.D., Garrett, S.M. y Coghill, G.M., 2005. On the use of qualitative reasoning to simulate and identify metabolic pathways. *Bioinformatics*, 21(9), pp. 2017-2026.
- Kiviste, A., Álvarez, J.G., Rojo, A. y Ruíz, A.D., 2002. *Funciones de crecimiento de aplicación en el ámbito forestal*. Ministerio de Ciencia y Tecnología.

- Monografías INIA: Forestal No.4. Ministerio de Ciencia y Tecnología. Madrid. 190 p.
- Knizetova, H., Hyanek, J., Knize, B. y Roubicek, J., 1991. Analysis of growth curves of fowl. I. Chickens. *British Poult Sci*, 32, pp.1027–1038.
- Laird, A.K., Tyler, S.A. y Barton, A.D., 1965. Dynamics of normal growth. *Growth*, 29(3), pp. 233-248.
- López, J.L., 2016. Modelación y simulación del rendimiento del pasto estrella (*C. nlemfuensis*) bajo diferentes condiciones de manejo y escenarios climáticos. Tesis en opción al título de Master. Universidad Agraria de La Habana. Cuba.
- Lugo, M., Molina, F., Gonzáles, I., Gonzáles, J. y Sánchez, E., 2012. Efecto de la altura y frecuencia de corte sobre la producción de materia seca y proteína bruta de *Tithonia diversifolia*. *Zootecnia Tropical*. 30(4), pp. 317–325.
- Mahecha, E. y Rosales, M., 2005. Valor nutricional del follaje de botón de oro (*Tithonia diversifolia* [Hemsl]. Gray), en la producción animal en el trópico. *Livestock Research for Rural Development*, 17(9).
- Martínez, A. y Leyva, A., 2014. La biomasa de los cultivos en el agroecosistema. Sus beneficios agroecológicos. *Cultivos Tropicales*, 35(1), pp. 11-20.
- Martínez, A., 2005. Modelos de Regresión Basados en Redes Neuronales de Unidades Producto Diseñadas y Entrenadas Mediante Algoritmos de Optimización Híbrida. Aplicaciones. Tesis Doctoral. Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial. Universidad de Granada. España.
- Martínez, R.O., Tuero, R., Torres, V. y Herrera, R.S., 2010. Modelos de acumulación de biomasa y calidad en las variedades de hierba elefante, Cuba CT-169, OM-22 y king grass durante la estación lluviosa en el occidente de Cuba. *Revista Cubana de Ciencia Agrícola*, 44(2), pp.189–193.
- Mayo-Mendoza, M., Romo-Campos, R., & Medina-Fernández, P. 2018. Tasa relativa de crecimiento de herbáceas con potencial de restauración en suelos degradados del bosque La Primavera, Jalisco, México. *Acta Universitaria*, 28(2), 58-66.

- Medina, M.G., García, D.E., González, M.E., Cova, L.J. y Moratinos, P., 2009. Variables morfo-estructurales y de calidad de la biomasa de *Tithonia diversifolia* en la etapa inicial de crecimiento. *Zootecnia Trop*, 27 (2).
- Méndez, D. A., 2016. Modelamiento matemático y optimización del proceso de producción de polihidroxialcanoatos empleando la bacteria *Burkholderia cepacia* b27 a partir de ácidos grasos. Tesis en opción al título de Magister en Ingeniería Química. Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Colombia.
- Microsoft Excel versión 2013. Microsoft Corporación. USA.
- Mignon, S., Beaumont, C. y Ricard, F.H., 2001. Genetic analysis of a selection experiment on the growth curve of chickens. *Poult Sci*, 80, pp. 849-854.
- Mora, J., 2018. Aplicación de modelos matemáticos no lineales para la estimación de parámetros de crecimiento de *Alnus acuminata* en sistemas silvopastoriles de Roncesvalles, Tolima. In V. Holguín, I. García, & J. Mora (Eds.), *Árboles y arbustos para silvopasturas: uso, calidad y alometría*. Universidad del Tolima. pp. 123-133.
- Mora-Delgado, J. y Holguín, V.A., 2018. Aplicación de modelos matemáticos no lineales para la estimación de biomasa forrajera de *Tithonia diversifolia* (Hemsl.) A. Gray. *Rev. U.D.C.A Actualidad. & Divulgación Científica*, 21(1), pp. 43-50.
- Morales, E., 2000. Estimating phylogenetic inertia in *Tithonia* (Asteraceae): A comparative approach. *Evolution*, 54(2), pp. 475–484.
- Murgueitio, E., Rosales, M. y Gómez, M.E., 2001. Agroforestería para la producción animal sostenible. Centro para la Investigación en Sistemas Sostenibles de Producción Agropecuaria. Cali, Colombia. p. 67.
- Narro, A.E., 1996. Aplicación de algunos modelos matemáticos a la toma de decisiones. *Política y Cultura*, 6, pp. 183-198.
- Nash, D., 1976. *Flora de Guatemala*. In: Fieldiana: Botany Vol. 24, Part XII. Ed. Field Museum of Natural History.
- Nash, D.L. & Williams, L.O., 1976. *Flora of Guatemala, Compositae. Part XII*. Fieldiana: *Botany*, 24, p.96.

- Navas, A. y Montaña, V., 2019. Comportamiento de *Tithonia diversifolia* bajo condiciones de bosque húmedo tropical. *Revista de Investigación Veterinaria*, 30(2), pp. 721-732.
- Nobre, P., Misztal, R., Tsuruta, S. y Bertrand, J.K., 2003. Analysis of growth curves of cattle by multiple-trait and random regression models. *J Anim Sci*, 81, pp. 918-926.
- Noda-Leyva, Y., & Martín-Martín, G., 2017. Efecto de la distancia de siembra en el rendimiento de *Morus alba* (L.) var. yu-12. *Pastos y Forrajes*, 40(1), 23-28.
- Noguera, R.R., Pereira, R.L. y Solarte, C.E., 2008. Comparación de modelos no lineales para describir curvas de crecimiento en cuyes (*Cavia porcellus*) desde el nacimiento hasta la edad de sacrificio. *Livestock Research for Rural Development*, 20 (5).
- Olabode, O.S., Sola, O., Akanbi, W.B., Adesina, G.O. and Babajide, P.A., 2007. Evaluation of *Tithonia diversifolia* (Hemsl.) A Gray for Soil Improvement *World Journal of Agricultural Sciences*, 3(4), pp. 503-507.
- Oliveira, H.N., Barbosa, R.L. y Pereira, C.S., 2000. Comparação de modelos não-lineares para descrever o crescimento de fêmeas da raça guzerá. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, 35(9), pp. 1843-1851.
- Olmedo, A. I., 2009. Influencia de las fases lunares (Menguante y Luna llena) sobre la propagación vegetativa del botón de oro *Tithonia diversifolia* para la formación de un banco de proteína. Tesis en opción al título de Ingeniero Agropecuario. Facultad de Ingeniería de Ciencias Agropecuarias. Sede el Prado, Quito, Ecuador.
- Pan, A., Mazón, B.E., Serrano, B., Serrano, B., Escudero, C., Loor, C., Rivero, D., Villaseñor, D., Hernández, D.L., Tusa, E.A., Rodríguez, I., Ramírez, I., Tinoco, R., Berrezueta, S., 2018. *Análisis de Datos Agropecuarios*. Primera edición. Editorial Universidad Técnica de Machala, Ecuador. Digital. ISBN: 978-9942-24-120-7.
- Parsons, A.J., Johnson, I. R. & Harvey, A., 1988. Use of a model to optimize the interaction between frequency and severity of intermittent defoliation and to provide a fundamental comparison of the continuous and intermittent defoliation of grass. *Grass and Forage Science*, 43(1), pp.49-59.

- Patrick, J. W., 1988. Assimilate partitioning in relation to crop productivity. *Hort science*, 23.
- Pérez, A., Montejo, I., Iglesias, J.M., López, O., Martín, G.J., García, D.E., Milián, I. y Hernández, A., 2009. *Tithonia diversifolia* (Hemsl.) A. Gray. *Pastos y Forrajes*, 32 (1), pp.1-15.
- Pérez, A.J.A., García, M.E., Enríquez, Q.J.F., Quero, C.A.R., Pérez, P.J. y Hernández, G.A., 2004. A growth analysis, specific leaf area and leaf nitrogen concentration in "mulato" grass (*Brachiaria híbrido* cv.). *Rev. Téc. Pec. México*, 42(3), pp. 447- 458.
- Pérez-Soto, F., Sepúlveda-Jiménez, D., Salazar-Moreno, R. y Sepúlveda-Robles, D.E., 2017. *Modelos matemáticos aplicados en la agricultura*. Universidad Autónoma Chapingo. Texcoco de Mora, México.
- Pineda, M., 2007. Flujo de energía y cadenas tróficas. Servicios de publicaciones de la Universidad de Córdoba. España. pp. 39-45.
- Pinheiro, J.C. y Bates, D., 2000. *Mixed effects models in S and S-PLUS*. Berlin: Springer-Verlag. 528 p.
- Planos, E.O., Rivero, R. y Guevara, V., 2013. *Impacto del cambio climático y medidas de adaptación en Cuba*. La Habana: Instituto de Meteorología, Agencia de Medio Ambiente, Ministerio de Ciencia, Medio Ambiente y Tecnología, 430 p.
- Quinteros, M., Alonso, A., Escudero, L., Guignard, M. y Weintraub, A., 2006. Una aplicación de programación estocástica en un problema de gestión forestal. *Revista Ingeniería de Sistemas*, 20, pp. 67-95.
- Ramírez, J. L., 2010. Rendimiento y calidad de cinco gramíneas en el Valle del Cauto. Tesis en opción al título de Doctor en Ciencias Veterinarias. Instituto de Ciencia Animal. Cuba.
- Ramírez, R., Escobedo, J.G., Lara, P.E. y Chay, C.A., 2005. *Efecto de la altura de corte, densidad y tipo de suelo en la producción de Tithonia diversifolia*. XIX Reunión de la Asociación Latinoamericana de Producción Animal. Tomo II. Sección: Recursos Forrajeros. México. 442p.
- Ramos, N.E., 1983. Contribución al estudio de especies y variedades del género *Cynodon* para la producción de forraje. Tesis presentada en opción

al grado de candidato a doctor en ciencias agrícolas. Instituto Superior de Ciencias Agropecuarias de la Habana. 196 p.

Rangel, M.L., 2015. Variabilidad temporal de las propiedades físicas, químicas y mecánicas de la piña, variedad Cayena Lisa, almacenada a temperatura ambiente. Tesis en opción al grado de Máster en Ciencias. Universidad Agraria de La Habana. Cuba.

Reis, M.M., Santos, L.D.T., Pegoraro, R.F., Santos, M. V., Colen, F., Montes, W.G., Moura Jr., R.R., Cruz, L.R. da and Oliveira, F.G., 2018. Productive and Nutritional Aspects of *Tithonia diversifolia* Fertilized With Biofertilizer and Irrigated. *Journal of Agricultural Science*, 10(11), pp. 367-379.

Riofrío, J., Herrero de Aza, C., Grijalva, J. y Bravo, F., 2013. Modelos para estimar la biomasa de especies forestales en sistemas agroforestales de la Ecorregión andina del Ecuador. In *Congresos Forestales. Memorias VI Congreso Forestal Español*. pp. 2-13.

Ríos, C.I. y Salazar, A., 1995. Botón de oro (*Tithonia diversifolia* (Hemsl.) Gray) una fuente proteica alternativa para el trópico. *Livestock Research for Rural Development*, 6(3).

Ríos, C.I., 1999. *Tithonia diversifolia* (Hemsl.) Gray, una planta con potencial para la producción sostenible en el trópico. Agroforestería para la producción animal en Latinoamérica.

Ríos, C.I., 2003. *Árboles y arbustos utilizados en alimentación animal como fuente proteica*. Obtenido de: el Nacedero *Trichanthera gigantea* un árbol con potencial para la construcción de sistemas sostenibles de producción. [on line] Disponible en: <<https://bit.ly/36w7uBz.pdf>> [Accedido: 16 de diciembre de 2021].

Rodríguez, L., 2015. Modelación y simulación de la producción de biomasa de *Pennisetum purpureum* Schum. cv. King Grass y su aplicación en la alimentación animal. Tesis en opción al título de Doctor en Ciencias Veterinarias. Instituto de Ciencia Animal. Cuba.

Rodríguez, L., Larduet, R., Martínez, R.O., Torres, V., Herrera, M., Medina, Y. y Noda, A.C., 2013. Modeling of the biomass accumulation dynamics in *Pennisetum purpureum* cv. king grass in the Western region of Cuba. *Cuban Journal of Agricultural Science*, 47(2), pp. 119-124.

- Rodríguez, L., Torres, V., Martínez, O., Herrera, M., Noda, A. & Jay, O. 2007. Modelación matemática de la dinámica de producción del pasto *Pennisetum purpureum* Cuba CT-115 en época de lluvia. II Congreso de Producción Animal Tropical. I Taller de Informática y Bioestadística Aplicada a las Ciencias Agropecuarias. Eds. M.F. Díaz, R.S. Herrera, T. Ruíz. 368 p.
- Rodríguez, L., Torres, V., Martínez, O., Jay, O., Noda, A.C. y Herrera, M., 2011. Modelos para estimar la dinámica de crecimiento de *Pennisetum purpureum* vc. Cuba CT-169. *Revista Cubana de Ciencia Agrícola*, 45(4), pp. 349-354.
- Rodríguez, O., Florido, R. y Varela, M., 2018. Revisión bibliográfica Aplicaciones de la modelación matemática y la simulación de cultivos agrícolas en Cuba. *Cultivos Tropicales*, 39(1), pp. 121-126
- Roig, J.T., 1974. *Plantas medicinales, aromáticas o venenosas de Cuba*. Ediciones de Ciencia y Técnica. Instituto del Libro. La Habana. 949 p.
- Rondón, E.O., Murakami, A.E. y Sakaguti, E.S., 2002. Modelagem computacional para produção e pesquisa em avicultura. *Revista Brasileira de Ciência Avícola*, 4(1).
- Roush, W.B. y Branton, S.L., 2005. A comparison of fitting growth models with a genetic algorithm and nonlinear regression. *Poult Sci*, 84, pp. 494–502.
- Ruíz de Zaráte, J.R., 1996. Ecuaciones diferenciales aplicadas al crecimiento bacteriano. Tesis de Máster en Matemática aplicada a las Ciencias Agropecuarias. Universidad Agraria de la Habana. Cuba.
- Ruiz, T. E., Febles, G., Galindo, J., Savón, L., Chongo, B., Torres, V., Cino, D., Alonso, J., Martínez, Y., Gutiérrez, D., Crespo, G., Mora, L., Scull, I., La O, O., González, J., Lok, S., González, N. y Zamora, A., 2014. *Tithonia diversifolia*, its possibilities in cattle rearing systems. *Cuban Journal of Agricultural Science*, 48(1), pp. 79-82.
- Ruiz, T.E. y Febles, G., 2000. Tecnologías para el establecimiento y puesta en explotación de leguminosas asociadas rastreras y arbustivas. Estudio de métodos fitotécnicos en leguminosas arbustivas y arbóreas. Ministerio de Ciencia y Tecnología. La Habana, Cuba.
- Ruiz, T.E., Alonso, J., Torres, V., Valenciaga, N., Galindo, J., La O, O., Febles, G., Díaz, H., Tuero, R. y Mora, C., 2018. Evaluación de materiales recolectados de *Tithonia diversifolia* (Hemsl.) Gray en la zona de Las Tunas

- y Granma en el oriente de Cuba. *Avances en Investigación Agropecuaria*, 22(1), pp.19-27.
- Ruiz, T.E., Alonso, J., Torres, V., Valenciaga, N., Galindo, J., La O, O., Febles, G., Díaz, H., Tuero, R. y Mora, C., 2021. Evaluación durante la estación lluviosa de materiales recolectados de *Tithonia diversifolia* (Hemsl.) Gray en la zona de Las Tunas y Granma en el oriente de Cuba. *Avances en Investigación Agropecuaria*, 25(1), pp. 75-85.
- Ruiz, T.E., Febles, G.J., Alonso, J., Galindo, J., La O, O., Savón, L., Gutiérrez, D., Martínez, Y., Chongo, B., Crespo, G., Mora, L., Rodríguez, B., Vázquez, Y. y Cino, D.M., 2020. *Guía técnica para el empleo de Tithonia diversifolia en la ganadería. ¿Qué hacer para producir biomasa con calidad?* Editora política, La Habana. ISBN: 978-959-01-1072-6.
- Ruiz, T.E., Torres, V., Febles, G., Díaz, H., Sarduy, L. y González, J., 2012. Use of modeling for studying the growth of *Tithonia diversifolia* collection 10. *Cuban Journal of Agricultural Science*, 46(3), pp. 237-242.
- Saavedra, C., Hernández, A., Hernández, K., Corzantes, E., López, J., 2011. Comportamiento de especies forrajeras como tutores en el sistema de pedestales para alimentación bovina lechera. Fase I. Guatemala.
- Sánchez, V., Bueno, G. y Pérez, R., 2002. Evaluación agronómica de especies nativas con potencial forrajero en el departamento del Guaviare. *Boletín técnico*, 40. [On line] Disponible en: <<http://www.corpoica.org.co/SitioWeb/Archivos/Publicaciones/Evaluacionagronomica de especies nativas con potencial forrajero en el departamento del Guaviare.pdf>> [Accedido: 16 de diciembre de 2021].
- Santiago-García, W., De Los Santos-Posadas, H.M., Ángeles-Pérez, G., Valdez-Lazalde, J.R., Corral-Rivas, J.J., Rodríguez-Ortiz, G. y Santiago-García, E., 2016. Modelos de crecimiento y rendimiento de totalidad del rodal para *Pinus patula*. *Madera y Bosques*, 21(3), pp. 95-110.
- Shapiro, S. & Wilk, B., 1965. An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrika*, 52(2), pp. 591-611.
- Sheaffer, C., Seguin, P. y Cuomo, G., 1998. *Sward characteristics and management effects on cool-season grass forage quality*. In: J. Cherney, and

- D. Cherney, editors, Grass for dairy cattle. 2nd ed. CABI Publishing, Oxon, GBR. pp. 73-100.
- Tellez, A. & Mendoza, R.A., 2014. Comportamiento productivo de *Tithonia diversifolia* en bancos forrajeros, bajo condiciones de suelos de Piedemonte Llanero. Trabajo presentado para optar por el título de Zootecnista. Universidad de La Salle. Facultad de Ciencias Agropecuarias. Bogotá
- Thornley, J.H.M., y France, J., 2007. *Mathematical Models in Agriculture, Quantitative Methods for Plant, Animal and Ecological Sciences*. Second edition. CAB International, London U. K. 435 p.
- Torres, V. y Ortiz, J., 2005. Aplicaciones de la modelación y simulación en la producción y alimentación de animales de granja. *Revista Cubana Cienc. Agríc.*, 39, pp. 397- 406.
- Torres, V., Lazo. J., Ruiz, T.E. y Noda. A., 1999. Empleo de la modelación matemática en el estudio del pasto *C. nlemfuensis*. *Rev. Cubana Cien. Agríc.*, 33(4), pp. 363-370.
- Torres, V., Ortiz, J., Crespo, G., Rodríguez, I. y Mederos, R.E., 2001. Simulación del balance anual en Sistemas de Pastoreo Bovino. VI Reunión Regional de Biometría. Costa Rica.
- Torres, V., Sampaio, I., Meyer, R., Noda, A., y Sarduy, L., 2012. Criterios de bondad de ajuste en la selección de modelos no lineales en la descripción de comportamientos biológicos. *Rev. Cubana Cienc. Agríc.*, 46(4), pp. 345-350.
- Ul-Allah, S., Khan, A.A., Fricke, T., Buerkert, A. and Wachendorf, M., 2015. Effect of fertiliser and irrigation on forage yield and irrigation water use efficiency in semi-arid regions of Pakistan. *Experimental Agriculture*, 51(4), pp.485–500.
- Uribe, F., Zuluaga, A., Valencia, L., Murgueitio, E., Zapata, A., Solarte, L., 2011. Establecimiento y manejo de sistemas silvopastoriles, proyecto ganadería colombiana sostenible, manual 1. Bogotá, Colombia. GEF, Banco Mundial, Fedegan, CIPAV, Fondo Acción, TNC.
- Uyanto, S.S., 2020. Power comparisons of five most commonly used autocorrelation tests. Pakistan. *Journal of Statistics and Operation Research*. pp. 119-130.

- Valdés, L.R., Lamela, L., García-Trujillo, R., Hernández, D., Milera, M. y Alfonso, A. 1980. Manejo y utilización de pastos y forrajes.
- Vázquez, A.Y., Guerra, B.C.W. y Sánchez, L.O.E., 2011. Modelación Estadístico-Matemática para el estudio de la sostenibilidad socioeconómica en el sector agrícola-pecuario del municipio San José de las Lajas, provincia Mayabeque". *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 20(4), pp. 69-74.
- Velasco, J.X., 2006. Sobre la biología matemática y el papel de las matemáticas en biología. *Ciencia*, 57 (3).
- Verdecia, D.M., Herrera, R.S., Ramírez, J.L., Bodas, R., Leonard, I., Giráldez, F.J., Andrés, S., Santana, A., Méndez-Martínez, Y. y López, S., 2018. Yield components, chemical characterization and polyphenolic profile of *Tithonia diversifolia* in Valle del Cauto, Cuba. *Cuban Journal of Agricultural Science*, 52(4), pp.457-471.
- Villegas, D.A., Valbuena, N. y Milla, M.E., 2018. An algorithm in the R environment to model the dry matter yield in pastures with nitrogenated fertilization. *Rev. de investig. agroproducción sustentable*, 2(3), pp. 91-100.
- Villegas, J.R., Hernández, V.A., Salazar, J.A., Muñoz, M.L., del Castillo, F.S. y Enciso, T.O., 2004. Modelos empíricos del crecimiento y rendimiento de tomate podado a tres racimos. *Revista Fitotecnia Mexicana*, 27(1), pp.63–67.
- Vinuesa, P., 2016. Tema 9 - Regresión lineal simple y polinomial: teoría y práctica. [On line] Disponible en: <<http://www.ccg.unam.mx/~vinuesa/>> [Accedido: 16 de diciembre de 2021].
- Vivas-Arturo, W.F., Mendoza-Rivadeneira, F.A., Fernández-Romay, Y., La O-León, O., Ortiz-Grisales, S. y Ledea-Rodríguez, J.L., 2022. Biological behavior of six cultivars of *Tithonia diversifolia* (Helms.) A. Gray. *Tropical and Subtropical Agroecosystems*, 25(009), pp.1-16.
- Xiao, Y., Zhang, J., Jia, T.T., Pang, X.P. and Guo, Z.G., 2015. Effects of alternate furrow irrigation on the biomass and quality of alfalfa (*Medicago sativa*). *Agricultural Water Management*, 161, pp.147–154.
- Zapata, A. y Silva, B.E., 2010. Reconversión ganadera y sistemas silvopastoriles en el Departamento de Risaralda y el eje cafetero de Colombia. CARDER, CIPAV. Cali, Colombia. p. 112.