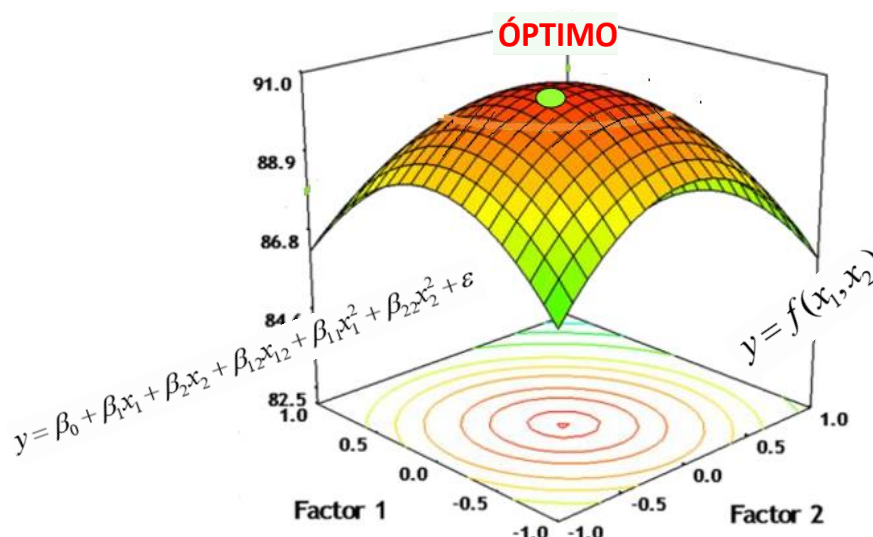


Universidad Agraria de La Habana
"Fructuoso Rodríguez Pérez"
Facultad de Ciencias Técnicas



Uso de superficies de respuesta para modelar los cambios de productividad del pasto estrella (*Cynodon nlemfuensis*) bajo diferentes factores de manejo

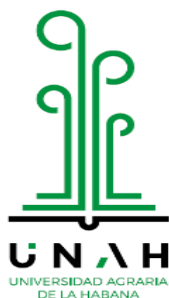


Tesis presentada en opción al título de Máster en Biomatemática

Autora:

Ing. Liansy Fernández Domínguez

Mayabeque, 2019



Universidad Agraria de La Habana
"Fructuoso Rodríguez Pérez"
Facultad de Ciencias Técnicas



**Uso de superficies de respuesta para modelar los cambios de
productividad del pasto estrella (*Cynodon nlemfuensis*) bajo
diferentes factores de manejo**

Autora:

Ing. Liansy Fernández Domínguez

Tutores:

Dr. C Pedro Pablo Del Pozo Rodríguez

Dra. C Lucía Fernández Chuairey

Tesis presentada en opción al título de Máster en Biomatemática

Mayabeque, 2019

Pensamiento

*“Los encantos de esta ciencia sublime,
la matemática, solo se le revelan
a aquellos que tienen el valor
de profundizar en ella”
Carl Friedrich Gauss*

Agradecimientos

A MI MAMÁ porque estas presente cada día y a cada hora, por todas las lecciones de vida, soy todo gracias a ti, porque no dudas en sacrificar lo que sea necesario por mí, no existen palabras que expresen lo mucho que te agradezco, sé que sin ti no hubiese sido igual, gracias.

A mi PAPÁ y HERMANO porque no existe un triunfo mío que no sea de ustedes también, porque han estado presentes en todos los buenos y malos momentos, por apoyarme, por guiarme.

A mi amor y compañero CHINO simplemente por todo tu apoyo, por caminar a mi lado todos los días, por brindarme tu amor y comprensión y sobre todo porque nunca dejas que me rinda.

A mis tutores Lucy y Pedro por toda la ayuda, tiempo y plena dedicación. Por los valiosos comentarios, constante orientación y sugerencias en cada una de las etapas de esta tesis. Los dos son un ejemplo a seguir.

A todos mis compañeros de clase y muy especial a Laura, Osmel y Alejandro porque sin darme tiempo a decir ni una sola palabra, ahí estaba la ayuda, pendientes en todo momento en especial en los más difíciles.

A la profesora Walkiria Guerra por toda su orientación y ayuda.

Al claustro de la maestría porque todos fueron brillantes.

A mis compañeros y jefe del departamento de informática y de la facultad por estar pendientes en todo momento.

A mi tía Mercy por todos sus consejos.

A todas aquellas personas que de una u otra forma han contribuido a mi formación profesional.

“A todos muchas gracias”

Dedicatoria

A mi mamá

RESUMEN

En las investigaciones en las ciencias agropecuarias es frecuente el desarrollo de diseños de experimentos para la obtención de datos que, en combinación con el empleo de técnicas estadísticas, la interpretación de resultados y el conocimiento científico de los investigadores, permiten encontrar soluciones óptimas al proceso en estudio. Con el propósito de modelar los cambios de productividad y algunos indicadores de la calidad del pasto estrella (*Cynodon nlemfuensis*) bajo diferentes niveles de fertilización nitrogenada y edad de rebrote en condiciones de corte en ambas estaciones del año se realizó el presente trabajo de tesis. Los datos se obtuvieron a partir de experimentos desarrollados en parcelas experimentales del Instituto de Ciencia Animal, manejadas con fertilización basal de 0, 200 y 400 kg/há/año, respectivamente. Se utilizó un diseño de parcelas divididas con tres réplicas donde la parcela principal fue el nivel de nitrógeno y las subparcelas las edades de rebrote desde una hasta doce semanas. Los datos se procesaron estadísticamente y se efectuaron ajuste de datos a modelos de regresión lineal múltiple (ecuaciones de primer y segundo grado), bondad de ajuste, gráficos de superficies de respuesta, búsqueda de óptimo con el empleo de derivadas parciales y condiciones de suficiencia. El modelo de segundo orden resultó de buen ajuste con coeficientes de determinación (R^2) superior al 90% para todas las variables, exceptuando al porcentaje de fibra bruta que supera el 73%, cuyas expresiones permitieron analizar integralmente los factores de manejo en el comportamiento productivo y calidad del pasto estrella, bajo condiciones de explotación, lo cual facilita la toma de decisiones para su manejo. Se comprobó que estos procedimientos asociados a la metodología de superficie de respuesta constituyen una herramienta eficiente para el análisis del crecimiento de los pastos.

Palabras claves: Metodología de Superficies de Respuesta, diseños de experimentos, optimización, pasto estrella.

ABSTRACT

In research in the agricultural sciences, it is common to develop designs for experiments to obtain data that, in combination with the use of statistical techniques, the interpretation of results and the scientific knowledge of researchers, allow us to find optimal solutions to the process in study. With the purpose of modeling the changes in productivity and some indicators of the quality of the star grass (*Cynodon nlemfuensis*) under different levels of nitrogen fertilization and regrowth age under cutting conditions in both seasons, the present thesis was carried out. The data were obtained from experiments developed in experimental plots of the Institute of Animal Science, managed with basal fertilization of 0, 200 and 400 kg / ha / year, respectively. We used a split plot design with three replicas where the main plot was the nitrogen level and the subplots the regrowth ages from one to twelve weeks. The data were processed statistically and data adjustment was made to multiple linear regression models (first and second degree equations), goodness of fit, response surface graphs, optimal search with the use of partial derivatives and sufficiency conditions. The second order model was well adjusted with coefficients of determination (R^2) greater than 90% for all variables, except for the percentage of crude fiber that exceeds 73%, whose expressions made it possible to comprehensively analyze the management factors in the productive behavior and quality of the star grass, under exploitation conditions, which facilitates decision making for its management. It was proved that these procedures associated with the response surface methodology constitute an efficient tool for the analysis of grass growth.

Key words: Response Surface Methodology, experimental designs, optimization, star grass.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	4
1.1. Diseño estadístico de experimentos (DEE)	4
1.2. Metodología de Superficies de Respuesta (MSR).....	7
1.2.1. Diseños y modelos para el uso de MSR	11
1.2.2. Optimización en la MSR	13
1.4. Generalidades del cultivo del pasto estrella (<i>Cynodon nlemfuensis</i>)	20
CAPÍTULO 2. MATERIALES Y MÉTODOS	22
2.1. Métodos de investigación utilizados	22
2.2. Caracterización del área en estudio	22
2.3. Características y descripción de los datos seleccionados.....	23
CAPÍTULO 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	27
Análisis matemático estadístico del Rendimiento de Materia Seca Total, Rendimiento de Masa Seca de Hojas y Rendimiento de Masa Seca de Tallos para los períodos de lluvia y seca.	27
Análisis matemático estadístico del Porcentaje de Proteína Bruta y Porcentaje de Fibra Bruta para los períodos de seca y lluvia.	37
CONCLUSIONES	47
RECOMENDACIONES	48
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	49

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Principales géneros de pastos evaluados en la década de los años 80 por diversas instituciones científicas cubanas.	18
Tabla 2: Principales especies de Cuba.	19
Tabla 3: Resumen estadístico para las variables de rendimiento de masa seca total (RMST) y sus componentes morfológicos (RH y RTLL) para la estación de seca y lluvia.	27
Tabla 4: Modelos matemáticos que expresan la relación entre las variables de rendimiento con la edad y el nivel de nitrógeno.	28
Tabla 5: Resultados de la Bondad de ajuste de los modelos evaluados.	29
Tabla 6: Representación gráfica de los residuos probados (lineal y cuadrático) para cada una de las variables.	30
Tabla 7: Representación gráfica de los modelos de superficies de respuesta para cada una de las variables estudiadas.	32
Tabla 8: Máximos locales predichos en la optimización de las variables de rendimiento analizadas.	36
Tabla 9: Resumen estadístico para las variables de calidad Porciento de Proteína Bruta (%PB) y Porciento de Fibra Bruta (%FB) para la estación de seca y lluvia.	37
Tabla 10: Modelos matemáticos que expresan la relación entre las variables de calidad con la edad y el nivel de nitrógeno.	38
Tabla 11: Resultados de la bondad de ajuste de los modelos evaluados.	39
Tabla 12: Representación gráfica de los residuos en los modelos probados (lineal y cuadrático) para cada una de las variables.	40
Tabla 13: Representación gráfica de los modelos de Superficies de respuesta para las variables Porciento de Proteína Bruta (%PB) y Fibra Bruta (%FB).	42
Tabla 14: Máximos locales predichos en la optimización de las variables de calidad.	45

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Clasificación de los Diseños Experimentales.	6
Figura 2: Superficie de respuesta tridimensional donde se observa la respuesta esperada (y) en función de los factores x_1 y x_2	8
Figura 3: Gráfica de contornos de una superficie de respuesta.	9
Figura 4: Mapa conceptual de las etapas de la MSR.	10
Figura 5: Esquema para la representación de las etapas en la búsqueda del punto óptimo.....	15
Figura 6: Localización Geográfica del área de investigación.....	23

INTRODUCCIÓN

La ganadería es considerada una de las actividades económicas más antiguas del hombre que consiste en el manejo de animales domesticables con fines de producción para su aprovechamiento, el ganado vacuno es una especie que se cría a todo lo largo y ancho de Cuba por su alta capacidad de producción de leche, carne y otros usos, por ello es de vital importancia realizar una correcta nutrición y manejo en aras de incrementar sus producciones.

Actualmente la ganadería vacuna es una de las actividades más afectadas por la crisis económica de los años noventa (Período Especial) y también una de las que más insuficiente recuperación presenta. Sin embargo, dentro del sector agropecuario es la rama que reviste mayor importancia estructural en el ámbito económico, por el impacto de sus producciones en el consumo alimentario de la población, su incidencia potencial en la sustitución de importaciones; su encadenamiento con la industria proveedora de insumos y equipos, y muy especialmente, con las ramas láctea y cárnica de la industria alimentaria en su condición de proveedora de materias primas, integrando una cadena productiva agroindustrial de significativa dimensión; así como por el uso de los recursos naturales, particularmente en el caso de la tierra y la magnitud de los activos que posee (MINAG, 2018).

Actualmente el estado cubano se encuentra enfrascado en la elaboración de la estrategia de desarrollo de la economía nacional hasta el 2030, en cuya dirección se vienen dando los pasos iniciales en materia de identificación de los ejes y sectores estratégicos que deben orientar el futuro decursar de la economía cubana. Entre los ejes estratégicos aprobados por parte de las instituciones, se encuentra el asociado a la transformación productiva, y en particular la recuperación de la base alimentaria basada en el uso de los pastos y forrajes.

Según López (2016) una de las formas de alimentación más económicas que existe en la ganadería vacuna, es el manejo de pastos y forrajes, por lo que conocer aspectos fundamentales sobre ellos, permitiría implementar estrategias adecuadas para su utilización.

Álvarez (2000) señaló que en Cuba se han realizado diversos experimentos con los objetivos de encontrar aquellas especies que presentaran mayores contenidos de proteínas y digestibilidad de la materia seca, mayores rendimientos en corte o disponibilidad en pastoreo bajo diferentes sistemas de manejo, intensidad y frecuencia de defoliación, respuesta al riego y la fertilización, mostrando los mejores comportamientos en los diferentes ecosistemas, los pastos del género *Andropogon*, *Cynodon nlemfuensis*, *Pennisetum purpurem*, entre otros.

Además, Herrera (2009), informó que un gran número de estas investigaciones que estudian el comportamiento de los sistemas de producción de pastos en Cuba y su uso en la alimentación animal, se apoyan en herramientas matemáticas y estadísticas. En este sentido se destacan los trabajos de Funes (1977) y Herrera (1981) quienes emplearon la modelación estadístico- matemática para caracterizar la dinámica de los constituyentes minerales de los pastos mediante la fase de selección y evaluación.

Posteriormente, Del Pozo (1998) en su investigación sobre el crecimiento y desarrollo del pasto estrella, encontró resultados significativos al emplear modelos de regresión para la búsqueda de soluciones óptimas e indicadores fisiológicos. De igual forma se destacan los trabajos de Rodríguez (2015) y López (2016), entre otros.

No obstante, en todos estos trabajos se emplearon Diseños Experimentales utilizando un solo factor como variable estadística, lo cual limita o restringe los análisis. Para autores como Ferré y Rius (2002), aunque el Diseño Estadístico de Experimentos se puede aplicar cuando se estudia un solo factor sin duda sus ventajas se aprecian mejor cuando se debe estudiar más de uno. En Cuba a pesar de los esfuerzos realizados y resultados alcanzados por este método tradicional, existen limitaciones en cuanto al empleo de otros procedimientos como el denominado Metodología de Superficies de Respuesta (MSR).

Lo anteriormente señalado constituye la motivación fundamental para la realización de este trabajo, que tiene como **PROBLEMA CIENTÍFICO**: La no aplicación de modelos estadísticos para analizar integralmente diferentes factores de manejo en el comportamiento productivo y calidad óptimos del pasto estrella, bajo condiciones de explotación.

Por todo lo anterior expuesto, se propone la siguiente **HIPÓTESIS** de trabajo:

La modelación del crecimiento del pasto estrella a través de superficies de respuesta, integrando diferentes factores de manejo bajo condiciones de explotación, permitirán la predicción del comportamiento productivo y la calidad óptimos, así como establecer estrategias para facilitar la toma de decisiones en su explotación.

Según lo expuesto se plantea como **OBJETIVO GENERAL**: Modelar los cambios de productividad y calidad óptimos del pasto estrella integrando diferentes factores de manejo a través de modelos de superficie de respuesta bajo condiciones de explotación.

Para darle cumplimiento al objetivo general se plantean los siguientes **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**:

- Analizar los referentes teóricos y metodológicos que sustentan esta investigación.
- Elaborar la hoja electrónica de Excel con toda la información de las variables de rendimiento y calidad.
- Aplicar la MSR para el estudio del crecimiento del pasto estrella (*Cynodon nlemfuensis*) bajo diferentes dosis de nitrógeno y edad de rebrote.
- Determinar valores óptimos en cada superficie de respuesta.

CAPÍTULO 1. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

1.1. Diseño estadístico de experimentos (DEE)

En el campo de las Ciencias Agropecuarias es frecuente la realización de experimentos que garanticen respuestas apropiadas a diferentes problemas o procesos en estudio, donde se requiere de técnicas adecuadas y eficientes en los procesos de investigación. El Diseño Estadístico de Experimento asume esta problemática, la literatura reporta diversos criterios sobre la definición de DEE, algunos de ellos se exponen a continuación.

Una definición General de DEE fue planteada por Gutiérrez y Vara (2012) quienes señalan que el diseño de experimento es precisamente la forma más eficaz de hacer pruebas. El DEE consiste en determinar cuáles pruebas se deben realizar y de qué manera, para obtener datos que, al ser analizados estadísticamente, proporcionen evidencias objetivas que permitan responder las interrogantes planteadas, y de esa manera clarificar los aspectos inciertos de un proceso, resolver un problema o lograr mejoras.

Y alegan que las bases del DEE están fundamentadas en el trabajo de Fisher (1935), quien influyó de manera decisiva en la investigación agrícola, pues aportó métodos para evaluar los resultados de los experimentos con muestras pequeñas.

Otros autores como Ferré y Rius (2002) proponen como definición de DEE: una metodología basada en útiles matemáticos y estadísticos cuyo objetivo es ayudar al experimentador a:

1. Seleccionar la estrategia experimental óptima que permita obtener la información buscada con el mínimo costo.
2. Evaluar los resultados experimentales obtenidos, garantizando la máxima fiabilidad en las conclusiones que se obtengan.

En resumen, se puede decir que el DEE, no es más que un conjunto de herramientas matemáticas y estadísticas activas que se utilizan para analizar y proporcionar la información que se requiere con el mínimo de efectos aleatorios al objeto de investigación.

En este sentido Montgomery (1991), señaló que existen múltiples diseños experimentales para estudiar la gran diversidad de problemas que ocurren en la práctica, por lo que es importante conocer cómo elegir el más adecuado para una situación dada. A continuación, se relacionan los cinco aspectos que más influyen en la selección de un diseño experimental.

1. El objetivo del experimento.
2. El número de factores a estudiar.
3. El número de niveles que se prueban en cada factor.
4. Los efectos que interesa investigar (relación factores respuesta).
5. El costo del experimento, tiempo y precisión deseada.

Más tarde Bacio (2007) alega que las etapas que se pueden considerar en el diseño de experimentos son:

1. La planeación, la cual consiste en el planteamiento del problema, la selección de los factores de estudio, la determinación de los niveles en los que deben de operar estos últimos y, por último, la selección de las variables que son de interés medir.
2. La experimentación es la etapa en la cual se plantea y se efectúa el diseño experimental.
3. El análisis de datos, etapa en la que se determina la técnica estadística que mejor describa el comportamiento de los datos.
4. Por último, está la etapa de conclusiones, en la que, después de la interpretación de los resultados obtenidos, se recomiendan las medidas a implementar para establecer mejoras en el proceso.

En tal sentido Gutiérrez y Vara (2012), plantean que cuando se quiere mejorar un proceso existen dos maneras básicas de obtener la información necesaria para ello, una es observar y monitorear mediante herramientas estadísticas, hasta obtener señales útiles que permitan mejorarlo, se conoce esta como una estrategia pasiva. La otra manera consiste en experimentar, hacer cambios estratégicos y deliberados al proceso para provocar resultados útiles.

Estos autores consideran que dentro de cada rama existe una categorización general de los diseños experimentales y consideran que se pueden clasificar de acuerdo con el número de factores, el tipo de efectos que se pretende estudiar y según las restricciones existentes, un ejemplo de esto lo resumen en la Figura 1

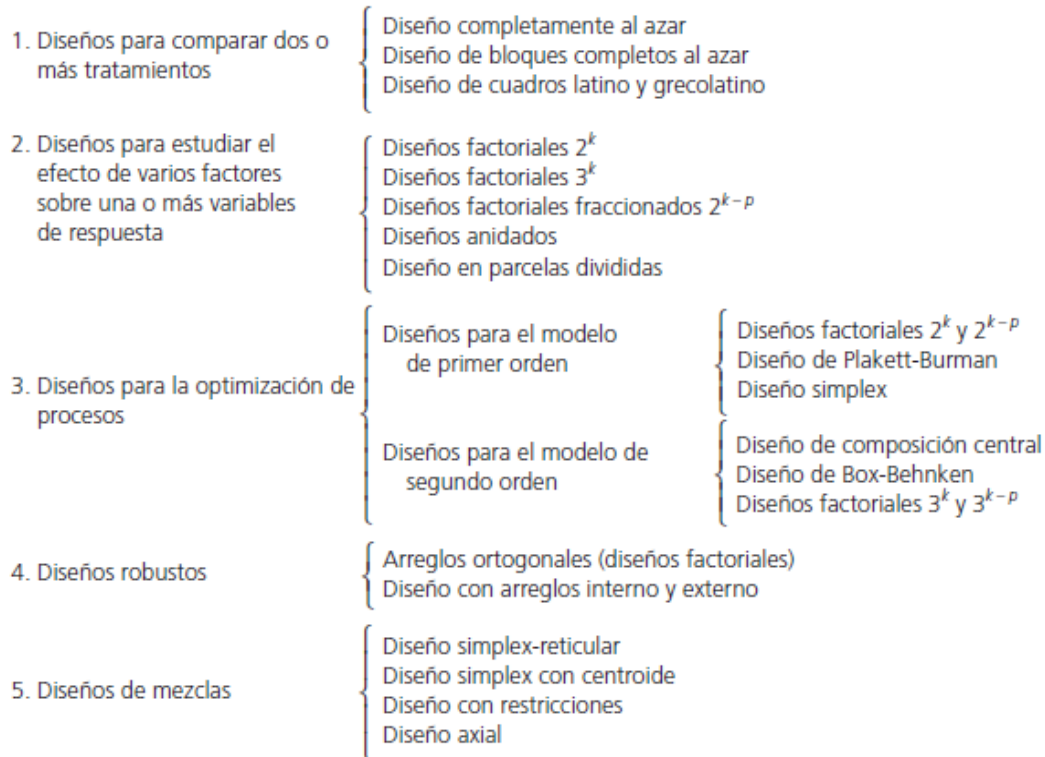


Figura 1: Clasificación de los Diseños Experimentales.

Además, los diseños de experimentos constituyen modelos estadísticos matemáticos para generar conocimiento acerca de un sistema o proceso, a través de pruebas o ensayos experimentales planeados adecuadamente, esta metodología se ha ido consolidando como un conjunto de técnicas estadísticas y de ingeniería, que permiten entender mejores situaciones complejas de relación causa-efecto.

En el campo de las Ciencias Agropecuarias en Cuba durante los años 70 hasta la actualidad se han realizado numerosas investigaciones por diferentes autores; que permitieron crear una base científica metodológica para el desarrollo de

experimentos con animales y plantas, bajo condiciones controladas y de campo con eficiencia e indicadores de óptimos en los diferentes procesos estudiados.

Destacándose en la época del 1970 al 1980, Funes (1977) y Herrera (1981), realizando experimentos con riegos y fertilización en diferentes etapas. A partir de 1990 se realizaron profundas transformaciones en la explotación de los pastos, basándose en sistemas de bajos insumos con un enfoque agroecológico y donde los sistemas ganaderos se consideran como un ecosistema, además del auge de la informática y de software estadísticos destacándose (Del Pozo, 1998), (Rodríguez, 2015), (López, 2016) y (Fernández *et al*, 2017). Todos estos trabajos a pesar de contar con varios factores con interacción entre ellos, los diseños estadísticos de experimentos realizados se centran en variar un factor cada vez.

Según las clasificaciones antes mencionadas de DEE y los autores anteriormente consultados, para la interacción de varias respuestas con dos o más factores, la Metodología de Superficies de Respuesta (MSR) constituye una herramienta que resulta ser útil para el análisis e interpretación de resultados

1.2. Metodología de Superficies de Respuesta (MSR)

Los orígenes de la MSR se remiten al trabajo de Box y Wilson (1951), pero fue a partir de 1970 que, debido en parte al progreso de las computadoras, esta metodología ha tenido un desarrollo considerable tanto en aspectos teóricos como en aplicaciones.

Una fundamentación detallada de estos procedimientos y metodologías de trabajo aparecen reflejados en los trabajos de Montgomery (1991), quien considera que para el caso en el que se quisiera determinar los niveles de dos variables independientes x_1 y x_2 , que maximizan una variable dependiente y , de un proceso, puede ser presentado por la siguiente función:

$$y = f(x_1, x_2) + e$$

Donde:

e - representa el ruido o error observado en la respuesta y

Si la respuesta se denota por $E(y) = f(x_1, x_2) = n$, entonces la superficie representada por: $n = f(x_1, x_2)$, se denomina **Superficie de Respuesta**. Es posible representar gráficamente la superficie de respuesta como se muestra en la Figura 2 dónde n se gráfica contra los niveles de x_1 y x_2 .

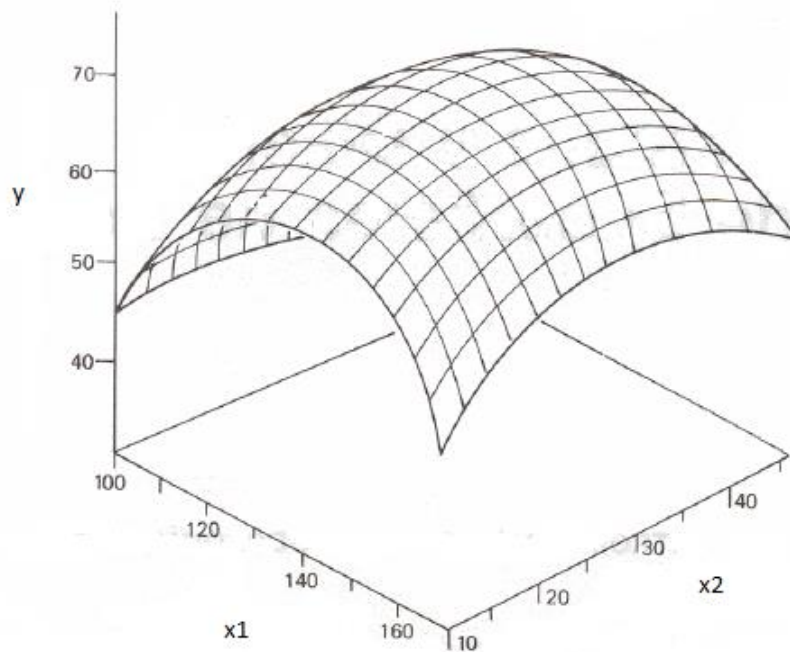


Figura 2: Superficie de respuesta tridimensional donde se observa la respuesta esperada (y) en función de los factores x_1 y x_2 .

Además, el autor alega que esta respuesta se presenta como una superficie sólida en un espacio tridimensional y para visualizar mejor la forma de una superficie de respuesta, se grafican los contornos de dicha superficie como se muestra en la Figura 3. En esta gráfica de contornos se trazan líneas de respuesta constante en el plano x_1, x_2 . Cada contorno corresponde a una altura específica de la superficie de respuesta y alega que estas gráficas son útiles para estudiar los niveles de los

factores que dan por resultados cambios en la forma o altura de la superficie de respuesta.

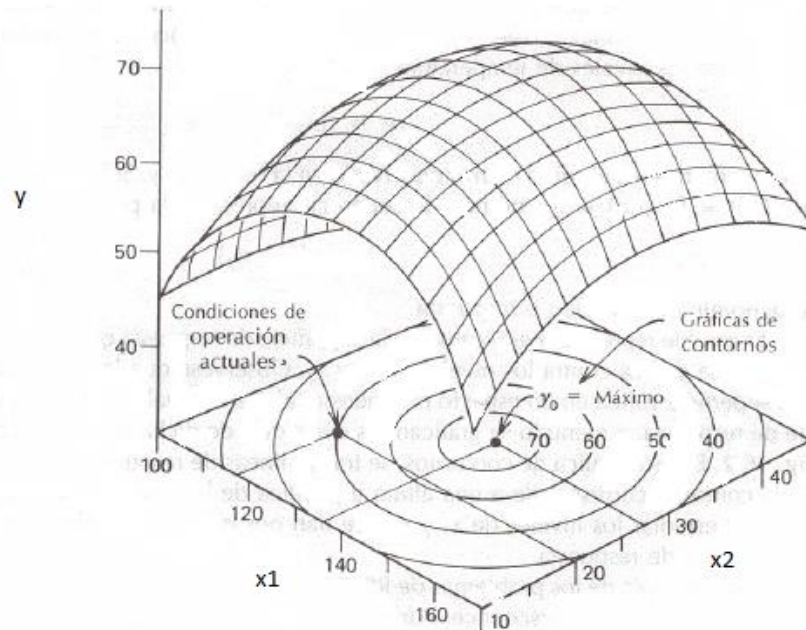


Figura 3: Gráfica de contornos de una superficie de respuesta.

Montgomery (1991) considera que la metodología de superficies de respuesta tiene dos etapas distintas, que son repetidas tantas veces fueran necesarias, con el objetivo de alcanzar una región óptima de la superficie investigada, estas son:

1. Modelamiento
2. Desplazamiento

El modelamiento, generalmente es hecho ajustándose a modelos simples (en general, lineales o cuadráticos), una respuesta obtenida con planeamientos factoriales o con planeamientos factoriales ampliadas.

El desplazamiento se da siempre a lo largo del camino de máxima inclinación de un determinado modelo que es una trayectoria en la cual la respuesta varía de forma más pronunciada.

Para Figueroa (2003) la MSR es un conjunto de técnicas utilizadas en el estudio de la relación entre una o más respuestas y un conjunto de factores o variables independientes, donde el objetivo es optimizar ésta(s) respuesta(s). Esta metodología se realiza mediante una experimentación secuencial, esto es, la aproximación a la región de interés se realiza de forma iterativa utilizando diseños cada vez más complejos, que dependen de la información que se obtiene en cada etapa

Más recientemente, Gutiérrez y Vara (2012) alegan que la metodología de superficies de respuesta es un conjunto de técnicas matemáticas y estadísticas útiles para modelar y analizar problemas en los cuales una respuesta de interés es influida por varias variables, y el objetivo es optimizar esta respuesta.

Un mapa conceptual elaborado por estos autores se muestra en la Figura 4, que permiten especificar las etapas de la metodología de superficies de respuesta.

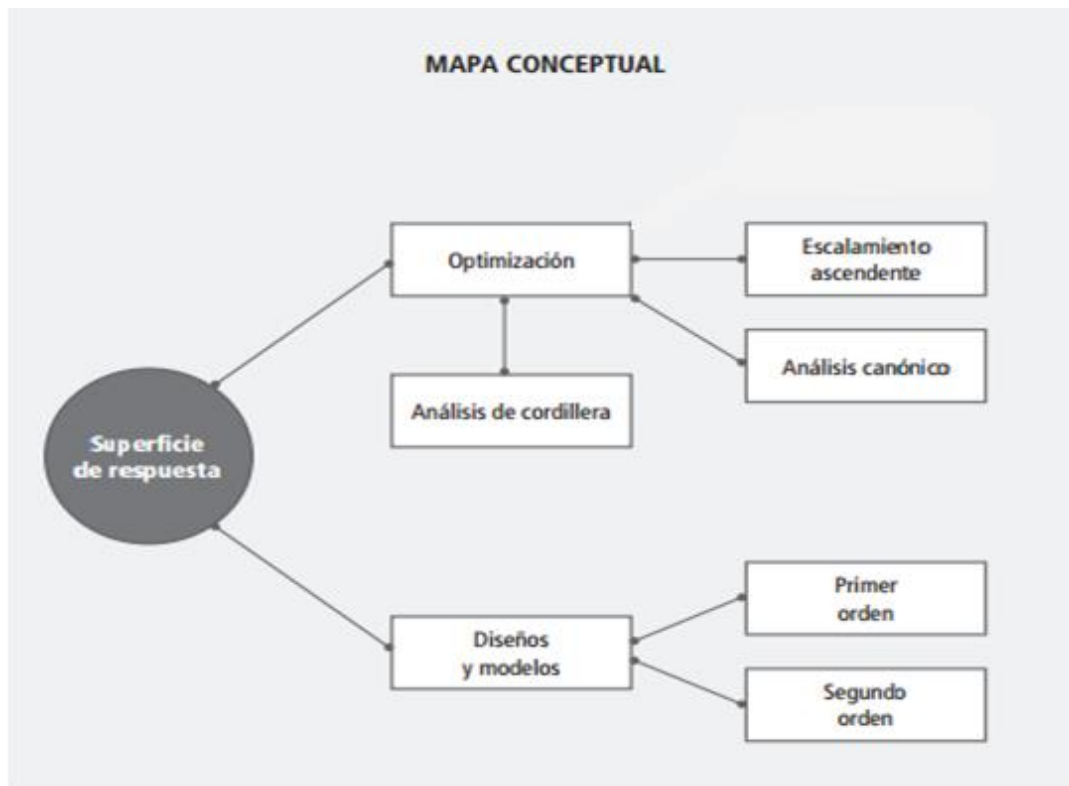


Figura 4: Mapa conceptual de las etapas de la MSR.

En resumen, se puede definir que MSR consiste en tres pasos clave: Diseño, Modelación y Optimización.

1.2.1. Diseños y modelos para el uso de MSR

Un diseño es el conjunto específico de combinaciones de los niveles de las k variables que se utilizará al llevar a cabo el experimento.

Según se puede apreciar en la Figura 1 en el epígrafe 1.1 para los autores Gutiérrez y Vara (2012) los principales diseños que se utilizan en la MSR dependen del tipo de modelo que mejor ajuste presente. Para el modelo lineal o de primer orden, se utilizan los diseños factoriales 2^k , 2^{k-p} , Plakett Burman y Simplex; mientras que, para los modelos cuadráticos o de segundo orden, los diseños más comunes son el Central Compuesto, Box Behnken y factoriales 3^k y 3^{k-p} .

La elección adecuada del diseño de un experimento es fundamental para modelar y explorar la superficie de respuesta utilizada para ajustar un modelo polinómico al conjunto de datos recogidos en los puntos del diseño (Ruiz et al, 2017).

Según Rossetan y Ludin (1973) definieron modelo como la reproducción de las propiedades de un objeto que se investiga en otro análogo y se construye según determinadas normativas de forma tal que exista analogía entre las partes y los procesos de los objetos.

Para otros autores como (Hart, 1988); (Ramos y Freyre, 1992), (Del Pozo y Fernández, 1999) un modelo es una representación simbólica de forma simplificada de un objeto o sistema, el cual describe cada una de las etapas de los procesos que rigen dicho objeto, así como las posibles interacciones o interrelaciones que se representan, tomando como base las causas o relaciones funcionales cualitativas o cuantitativas que determinan el funcionamiento de los sistemas u objetos.

Otras definiciones más actuales la dan los autores Thornley y France (2007), Rykov *et al.* (2010), Dey *et al.* (2011) y Jay (2012) planteando que un modelo es la representación simplificada del mundo real, en los cuales se destacan características relevantes del fenómeno en estudio.

De forma general un modelo no es más que una representación de los elementos que constituyen un fenómeno. Son por excelencia la herramienta principal que utiliza la estadística para simbolizar problemas o situaciones de la vida. Un caso particular lo constituyen los modelos matemáticos y estadísticos.

Según Gutiérrez y Vara (2012), en MSR, de manera específica los modelos y diseños pueden ser de primero o segundo orden (plano o con curvatura) utilizando un análisis de regresión lineal múltiple junto con sus elementos básicos (parámetros del modelo, modelo ajustado, significancia del modelo, prueba de falta de ajuste, residuos, predichos, intervalos de confianza y coeficiente de determinación) a continuación se describen dichos modelos:

Modelo lineal de primer orden sin interacción (o producto cruzado):

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$$

Modelo lineal de primer orden con interacciones:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_1 X_2 + \varepsilon$$

Modelo cuadrático o de segundo orden:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_{11} X_1^2 + \beta_{22} X_2^2 + \beta_{12} X_1 X_2 + \varepsilon$$

En general el modelo de superficie se puede escribir como:

$$Y = \beta_0 + \sum_i \beta_i X_i + \sum_{ii} \beta_{ii} X_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} X_i X_j + \varepsilon$$

Los parámetros del modelo se estiman mediante el método de los mínimos cuadrados. Una vez que se tienen los estimadores se sustituyen en la ecuación y se obtiene el modelo ajustado.

De forma general se puede decir que el diseño y el modelo se piensan al mismo tiempo y dependen del tipo de comportamiento que se espera de la respuesta.

1.2.2. Optimización en la MSR

Una vez que se cuenta con una buena aproximación de la superficie de respuesta o sea con un modelo ajustado, el siguiente paso es encontrar las condiciones óptimas de operación del proceso, que son las que dan por resultado valores óptimos de una o varias características de calidad del producto. (Bacio, 2007). Estas condiciones óptimas deben cumplir con estar dentro de ciertas regiones, las cuales se describen a continuación:

Para un proceso en específico hay que considerar los valores que pueden tomar cada uno de los factores que intervienen en el mismo, es decir, el conjunto de puntos donde el equipo o proceso puede ser operado. A esta región se le conoce como región de operabilidad, O, y para delimitarla adecuadamente habría de estudiar bien las especificaciones del aparato mediante el cual se lleva a cabo el proceso. En la práctica puede ser difícil realizar el experimento en toda la región de operabilidad, por lo que esta se restringe a una región más pequeña, llamada región experimental o región de interés, llamada R, y es el espacio delimitado por los rangos de experimentación utilizados con cada factor.

Se supone que en ésta región la verdadera superficie de respuesta puede ser aproximada por una función polinomial (en este caso por polinomios de primer o segundo orden) y por lo mismo las conclusiones que se obtengan del experimento sólo tienen validez dentro de esta región.

En la Figura 5 se presenta un esquema propuesto por Gutiérrez y Vara (2012) de la MSR, donde se distinguen tres etapas en la búsqueda del punto óptimo, que son cribado, búsqueda I o de primer orden y búsqueda II o de segundo orden. A continuación, se describe brevemente cada una de estas etapas.

1. Cribado: La optimización de un proceso se inicia con esta etapa cuando tienen muchos factores (más de seis u ocho) que posiblemente influyen en la variable de interés.

2. Búsqueda I o de primer orden: Esta etapa se aplica cuando se tienen pocos factores (menos de cinco) y se sabe que estos influyen en la variable de respuesta. En esta etapa se corre un diseño de primer orden que permita caracterizar en forma preliminar el tipo de superficie de respuesta y detectar la presencia de curvatura. Por lo general se utiliza un diseño factorial completo o fraccionado con repeticiones al centro.
3. Búsqueda II o de segundo orden: En el momento en que se detecta la presencia de curvatura, o bien, que la superficie es más complicada que un hiperplano, se corre o se completa un diseño de segundo orden para caracterizar mejor la superficie y modelar la curvatura. Con el modelo ajustado se determinan las condiciones óptimas de operación del proceso.

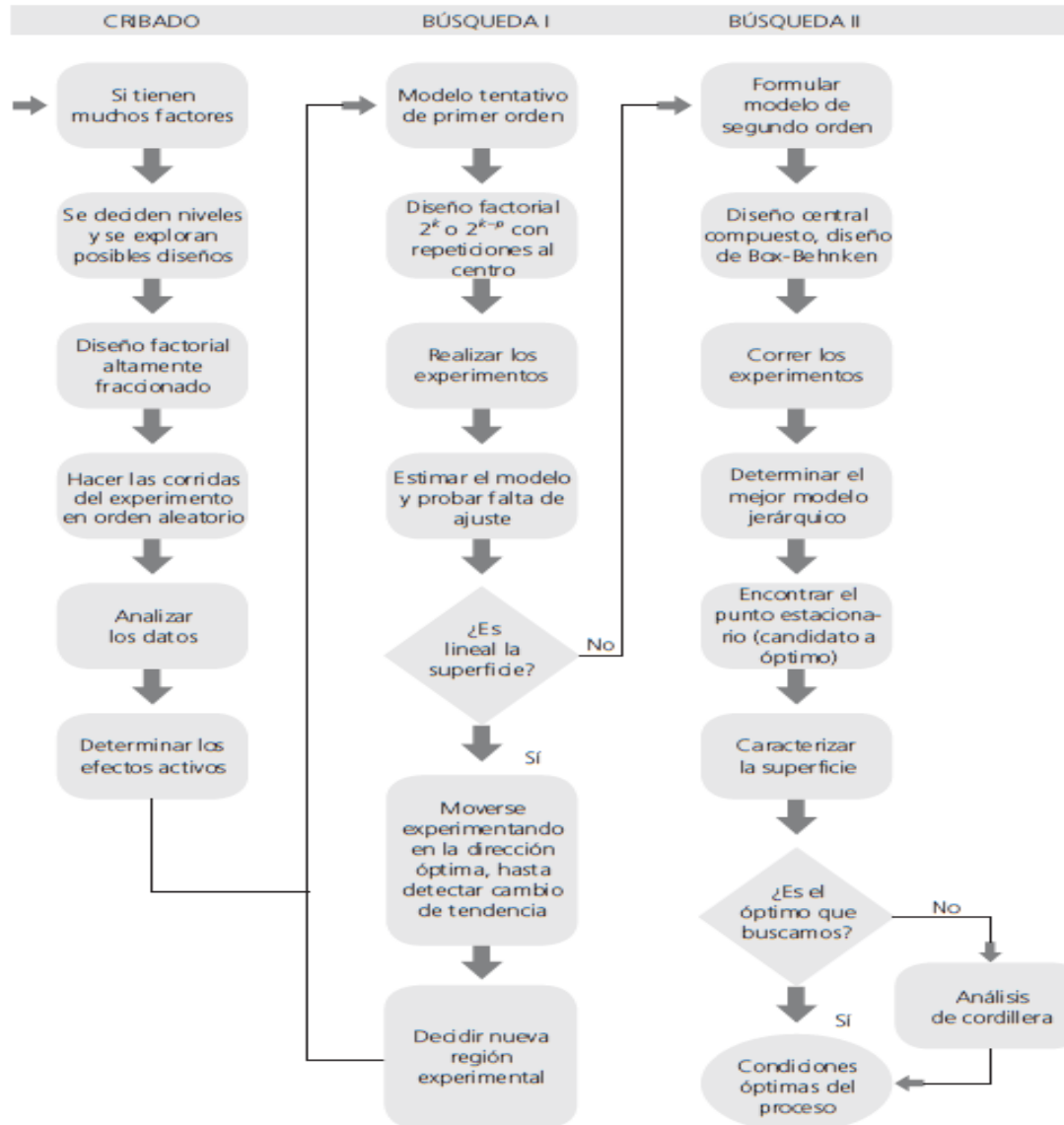


Figura 5: Esquema para la representación de las etapas en la búsqueda del punto óptimo.

Según Montgomery (1991) la técnica de optimización a utilizar depende del tipo de modelo ajustado y existen básicamente tres métodos que son:

1. Escalamiento Ascendente (o descendente): técnica que sirve para determinar puntos (tratamientos) por experimentar que están ubicados sobre la dirección de ascenso máxima a partir del centro del diseño inicial. Esta técnica se utiliza solo para modelos de primer orden.

2. Análisis canónico: Técnica empleada para caracterizar la superficie de segundo orden: las coordenadas del punto estacionario, el tipo de punto, y la orientación de la superficie. Esta técnica se basa en rescribir el modelo ajustado de segundo orden en su forma canónica.
3. Análisis de cordillera: Técnica que se utiliza para determinar el mejor punto dentro de la región experimental.

De forma general en Cuba se presentan pocas investigaciones con aplicaciones de la MSR; en particular en el sector agropecuario Guerra (1980), la empleó para determinar dosis óptimas de fertilización N, P, K con experimentos de campo. Referente a esto Gómez y Batista (2006) en el Instituto Nacional de Ciencias Agrícolas hicieron un estudio de optimización de medios de cultivos para microorganismos, para la producción de biopreparados de interés agrícola. Posteriormente en la rama agrícola Miranda *et al.* (2013), la utilizaron en estudios relacionados con la protección de plantas.

Por otro lado, Guerra *et al.* (2018) plantean que la MSR se puede utilizar en las condiciones del ámbito agropecuario cubano y otras ramas de ciencia, por las posibilidades que aporta en la planificación y desarrollo de experimentos de tipo factorial completo o fraccionado, en forma secuencial o directa, según la experiencia acumulada sobre los niveles de los factores en análisis y la ubicación de la posible región del punto estacionario.

En estas situaciones expuestas anteriormente, se evidencia que la selección de una adecuada técnica de optimización garantizó incrementos en las variables respuestas, demostrando la efectividad de esta herramienta estadística en la optimización de medios para procesos, lo que sugiere una extensión de la aplicación de esta metodología para el estudio del comportamiento del crecimiento de los pastos y forrajes.

1.3. Importancia de los pastos y forrajes

En la mayoría de los países tropicales la base de la alimentación de los bovinos son los pastos, dado que estos son la fuente más económica de alimento, por lo que conocer aspectos fundamentales sobre ellos y sobre su manejo, permitiría implementar estrategias adecuadas para su utilización, maximizando su producción y, en consecuencia, la respuesta de los animales (Solares, 2010).

En el mundo existen dos grandes sistemas productivos de leche. El primero se basa en la utilización de concentrados (piensos) y se desarrolla en países como Israel, EEUU, Canadá, Holanda y Francia. El otro sistema utiliza los pastos para la alimentación del ganado exclusivamente, y se desarrolla fundamentalmente en Australia, Nueva Zelanda, Argentina, Uruguay y países tropicales (Pacheco, 2015).

Según INATEC (2016) los pastos son plantas gramíneas y leguminosas que se desarrollan en el potrero y sirven para la alimentación del ganado mientras que los forrajes son gramíneas o leguminosas cosechadas para ser suministradas como alimento a los animales, sea verde, seco o procesado (Heno, Ensilaje, Henaje).

En Cuba desde los primeros años de la colonia la ganadería se sustentaba a base de pastos, fundamentalmente, de gramíneas, aunque con el predominio de leguminosas autóctonas de los géneros: *Desmodium*, *Stylosanthes*, *Centrocema*, *Terannus*, *Macroptilium*, los cuales realizaron cuantiosos aportes a la sostenibilidad de los ecosistemas ganaderos (Funes, 2000). Con el desarrollo de los sistemas especializados y con el uso de animales altamente productivos para la producción como resultado del programa de mejoramiento genético desarrollado a partir de los años 80, se hizo necesario mejorar el potencial de producción y calidad de los pastizales ya existentes y continuar con el programa de introducción, evaluación y selección de especies.

En este sentido se desarrollaron de manera integrada en los centros Estación Experimental de Pastos y Forrajes Indio Hatuey y el Instituto de Ciencia Animal, un número importante de experimentos de evaluación agronómica con animales, de diversos géneros: *Cynodon*, *Panicum*, *Brachiaria*, *Paspalum*, *Chloris*, *Cenchrus*, *Andropogon* y *Pennisetum*, entre otras. (Tabla 1).

CAPÍTULO 1. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

Tabla 1: Principales géneros de pastos evaluados en la década de los años 80 por diversas instituciones científicas cubanas.

Categorías	Provincias				
	La Habana	S. Spiritus	Camagüey	Las Tunas	Granma
Sobresalientes	Pennisetum (14)	Pennisetum (10) Chloris (4)	Pennisetum (12) Tripsacum (3)	Tripsacum (2)	Pennisetum (13)
Destacadas	Tripsacum (1) Panicum (11) Cenchrus (3)	Andropogon (2) Cenchrus (5) Tripsacum (1) Sorhum (1)	Cenchrus (4)	Andropogon (1) Pennisetum (13) Cenchrus (4) Chloris (4)	Cenchrus (3)
Regulares	Chloris (4) Brachiaria (13) Andropogon (2)	Tripsacum (1) Brachiaria (6) Panicum (18) Sorhum (1))	Brachiaria (10) Andropogon (3) Cynodon (12) Panicum (14) Chloris (4)	Brachiaria (6) Cynodon (12) Panicum (8) Digitaria (4)	Chloris (3) Hermathria (1) Panicum (10) Brachiaria (8) Echinochloa (2)
Inferiores	Cynodon (11) Digitaria (5) Urochloa (1)	Digitaria (7) Cynodon (9)	Echinochloa (1) Setaria (1)	Urochloa (1)	Digitaria (4) Urochloa (1) Urochloa (1)

En estos experimentos según Álvarez (2000), los objetivos fundamentales fueron la búsqueda de aquellas especies que mostraran mayores contenidos de proteínas y digestibilidad de la materia seca, mayores rendimientos en corte o disponibilidad en pastoreo bajo diferentes sistemas de manejo, intensidad y frecuencia de defoliación, respuesta al riego y la fertilización, así como otras características deseables en la

CAPÍTULO 1. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

especie para condiciones de explotación comercial. Estos autores proponen como principales gramíneas y leguminosas regionalizadas en Cuba a las que pertenecen a las especies: *Andropogon*, *Cynodon nlemfuensis*, *Pennisetum purpureum*, entre otras (Tabla 2).

Tabla 2: Principales especies de Cuba.

Nombre común	Nombre científico	Nombre común	Nombre Científico
Andropogon	<i>Andropogon gayanus</i> CIAT-621	Caña de azúcar	<i>Sacharum officinarum</i>
Basilik	<i>Brachiaria decumbens</i> CIAT-606.	Aguada	<i>Brachiaria brizantha</i>
Buffel	<i>Cenchrus ciliaris</i> , <i>Biloela</i> , <i>Formidable</i> , <i>Verde y azul</i> .	Pasto estrella	<i>Cynodon nlemfuensis</i> cv. <i>Jamicano</i> y <i>Panameño</i> , <i>Tocumen</i>
King Grass	<i>Pennisetum Purpureum</i>	Guinea	<i>Panicum maximun</i> , <i>común</i> , <i>australiana</i> , <i>Likoni</i> , <i>SIH-127</i> .
Bermuda	<i>Cynodon dactylon</i> <i>Coastcrooss</i> 1,67,68, de Costa	Sirato	<i>Macroptilium</i> <i>Atropurpureum</i>
Alfalfa	<i>Medicago sativa</i>	Terannus	<i>Terannus labialis</i>
Taiwan -144	<i>Pennisetum purpureum</i> , <i>Taiwan</i> 144, 801-4	Pangola	<i>Digitaria decunbens</i> , <i>común</i> y <i>PA-32</i>

Sin embargo, alrededor de los años 90' el empleo de insumos (riego y fertilización química) decreció de forma marcada, debido a problemas con la importación de fertilizantes, lo que condujo a la puesta en marcha de investigaciones sin la aplicación de fertilización mineral o excepcionalmente con dosis mínimas. Por las razones antes citadas desde esa fecha hasta la actualidad han primado las condiciones de nulos o bajos insumos en los experimentos.

Todos los estudios realizados representaron un indudable avance para la creación de la estructura varietal en el país, lo que se considera puede ser optimizado en la actualidad al valorar colecciones más o menos amplias de una especie en ambientes específicos y, en particular, en ambientes con limitaciones representativos de los agroecosistemas ganaderos vigentes, en los que se incluyan variables relacionadas con el comportamiento agronómico, bromatológico y del valor nutritivo, de manera tal que se puedan alcanzar resultados de connotada relevancia para la mejora de las áreas dedicadas a la explotación de los pastos y los forrajes en los agroecosistemas con limitaciones para la producción ganadera.

1.4. Generalidades del cultivo del pasto estrella (*Cynodon nlemfuensis*)

La especie *Cynodon nlemfuensis* se ha adaptado en Cuba en suelos de fertilidad mediana a alta con drenaje de deficiente a regular y condiciones de secados, mostrando mejor comportamiento en pastoreo que en corte, despoblándose con este último cuando es muy frecuente y con baja altura de corte. Sus rendimientos máximos fueron de 20 t MS ha-1año-1 promediando alrededor de 16,5. El pasto estrella presenta buenos valores de proteína bruta y digestibilidad si es cortado en edades tempranas (30-42 días) y si se aplican altas dosis de fertilizante (+ 400 kg ha-1año-1), (Ramos, 1983).

Esta especie es oriunda de Rhodesia, se encuentra distribuida por África Oriental, desde Etiopía hasta Zambia y el Congo. El cultivar jamaicano se introdujo en Cuba en abril de 1973 procedente de la Estación Experimental de Bodle en Jamaica. El cultivar panameño se introdujo en el mes de julio del mismo año procedente de la Estación Experimental de Gualaca. Es una especie perenne, rastrera, los tallos rastreros y erectos muy ramificados, hojas de color verde. Florece en los meses de

noviembre y enero; con inflorescencia digitada en ramas que oscilan entre 4 y 6. Estos híbridos son generalmente estériles (Ramos et al, 1987).

Se emplea con éxito en el pastoreo de ganado en desarrollo y en vacas lecheras de baja y media producción y ganado de carne; soportan cargas medias o altas a pesar de lo cual mantienen buena estabilidad. Con fertilizaciones de 240 kg de N/ha/año. Así mismo, en la producción de leche con dosis de fertilizante similares y cargas entre 3 y 4 vacas/ha se han alcanzado entre 9 y 11 litros de leche/vaca/día (Mileras, 1996).

Son muchos los factores que determinan la calidad del cultivo del pasto estrella para (Benítez et al., 2007); la época del año tuvo marcada influencia en la capacidad de producción de biomasa, medida esta como la cantidad de hierba producida en cada hectárea de tierra; así como en las tasas de crecimiento, velocidad de rebrote de la hierba, relación hoja tallo y carga, los factores que determinan la producción de biomasa de los sistemas racionales de pastoreo están relacionados con las variables climáticas (precipitaciones y temperaturas) y de manejo (carga e intensidad de pastoreo) que se relacionan con variables que condicionan la calidad y el aprovechamiento del pasto estudiado.

Según Cabrera et al. (2009), las gramíneas que se utilizan en sistemas de corte son altamente demandantes de nutrientes, principalmente de N el cual es uno de los elementos más importantes que determina el nivel de producción de forraje por unidad de superficie. Según Fortes, (2012) los nutrientes, que en mayor cantidad se requieren son el Nitrógeno (N), Fósforo (P) y el Potasio (K). Otros nutrientes secundarios son: calcio, azufre y magnesio.

La revisión bibliográfica realizada evidencia que los procedimientos asociados a la Superficies de respuestas, que incluyen diseño, modelación y optimización de procesos, constituyen herramientas útiles en investigaciones asociadas al comportamiento de los pastos y en particular al crecimiento de pasto estrella (*Cynodon nlemfuensis*) bajo diferentes dosis de nitrógeno y edad de rebrote.

CAPÍTULO 2. MATERIALES Y MÉTODOS

2.1. Métodos de investigación utilizados

En el desarrollo de este trabajo se utilizaron los Métodos Teóricos, Empíricos y Estadísticos.

Dentro de los **MÉTODOS TEÓRICOS**: el de **Análisis Síntesis** con el objetivo de descomponer y separar las partes del objeto de la investigación y realizar un análisis de la información obtenida en las fuentes bibliográficas; el **Histórico - Lógico** para contactar teóricamente la evolución del Diseño Estadístico de Experimentos, la Metodología de Superficies de Respuesta, y la modelación matemática, aplicadas al ámbito agropecuario, y en particular al crecimiento de los pastos y forrajes en Cuba, mientras que el de **Inducción–Deducción** permitió hacer un análisis de los conceptos teóricos expuestos por diferentes autores, relacionados con la modelación y la metodología de superficies de respuesta donde se establece la relación entre lo singular, particular y general.

En el caso de los **MÉTODOS EMPÍRICOS** se empleó el **Análisis documental** para la búsqueda de las fuentes de información relacionadas con el tema de investigación para la sustentación científica del marco teórico, los principales métodos empleados en la investigación y la discusión de los resultados, así como el **Criterio de Expertos** para la selección de los modelos ajustados de la MSR con el fin de entender el comportamiento biológico y morfofisiológico del crecimiento de los pastos, en particular del pasto estrella.

Para el caso de los **MÉTODOS ESTADÍSTICOS** se emplearon herramientas estadísticas las cuales serán descritas durante este capítulo.

2.2. Caracterización del área en estudio

La investigación se llevó a cabo en el Instituto de Ciencia Animal (ICA), ubicado en el municipio de San José de las Lajas, provincia Mayabeque, Cuba (Figura 6), entre los 22° 53′ latitud norte y los 82° 02′ latitud oeste, a 92 m sobre el nivel del mar.



Figura 6: Localización Geográfica del área de investigación

Se utilizó la información proveniente de investigaciones desarrolladas en el centro experimental “Miguel Sistach Naya” perteneciente al Departamento de Pastos y Forrajes del ICA.

Los trabajos experimentales se desarrollaron en un suelo ferralítico rojo compactado (Hernández *et al*, 2015), bastante uniforme en todo su perfil y de rápida desecación (Anón, 1994). Los contenidos de calcio y magnesio fluctúan entre los rangos normales informados para este tipo de suelo. Además, presentan una baja densidad aparente ($1.1-1.3 \text{ g/cm}^3$), una alta porosidad total (50-60%) con una estructura granular media (Gálvez *et al.*, 1996)

2.3. Características y descripción de los datos seleccionados

Se utilizó un área de pasto estrella previamente establecida, con más del 95% de pureza dividida en parcelas experimentales, con un área cosechable de 10 m^2 . Se utilizó un diseño de parcelas divididas con tres réplicas, donde la parcela principal fue el nivel de nitrógeno (0, 200 y 400 kg N/ha/año) y las subparcelas las edades de rebrote desde 1 hasta 12 semanas.

Se contó con un total de 36 tratamientos, correspondientes a las combinaciones de edades y nitrógeno. Se observaron como variables respuesta (Rendimiento de Materia Seca (RMST), Rendimiento de Hoja (RH), Rendimiento de Tallo (RT), Porcentaje de Fibra Bruta (FB) y Porcentaje de Proteína Bruta (PB) y como variables independientes la edad (semanas) y dosis de nitrógenos (kg N/ha/año).

Se conformó una matriz de datos con la información en los dos períodos estacionales seca y lluvia. Para caracterizar todas las variables dependientes se utilizó una estadística descriptiva que incluyó medidas de tendencia central y dispersión.

La conformación del procedimiento empleado para la obtención de las Superficies de Respuesta, incluyó para cada caso:

- 1. Análisis de regresión múltiple.**
- 2. Bondad de ajuste.**
- 3. Representación gráfica de la superficie**
- 4. Obtención de óptimos (analíticamente).**
- 5. Interpretación de Resultados.**

1-Análisis de regresión múltiple

El análisis de regresión múltiple, se realizó a las cinco variables dependientes mencionadas anteriormente y se tuvo en cuenta la edad y dosis de nitrógeno como variables independientes.

Se emplearon en todos los casos modelos de primer y segundo orden, dados por las ecuaciones:

Primer orden:

$$y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2$$

Segundo orden:

$$y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_1^2 + b_4X_2^2 + b_5X_1X_2$$

Donde:

y: es la variable dependiente (respuesta)

x_1 y x_2 : son las variables independientes (factores)

b_0 , b_1 , b_2 , b_3 , b_4 y b_5 : son parámetros de los modelos

Se utilizó como procedimiento de ajuste el método de mínimos cuadrados ordinarios, apoyándose en los criterios estadísticos publicados por Burguillo (2005) y Bingham y Frees (2010) quienes expresaron que este método es de los que más se emplean en la estimación de parámetros en la regresión lineal.

2-Bondad de ajuste

Para la bondad de ajuste se utilizaron criterios estadísticos reportados en la literatura por Kiviste et al. (2002), Guerra et al. (2003), y Torres et al. (2012), que incluyó:

- Coeficiente de determinación (R^2).
- Significación del modelo.
- Error absoluto medio (EA).
- Estadístico de Durbin Watson.
- Análisis gráficos de los residuos.
- Selección del mejor modelo.
- Análisis de correlación entre valores observados y predichos por el mejor modelo.

3-Gráfico de Superficie de Respuesta

Una vez obtenida la ecuación, teniendo en cuenta la bondad de ajuste y el cumplimiento de los indicadores, se define la función adecuada y se gráfica la región correspondiente a los datos analizados. Se determinaron en cada caso las respuestas y/o combinaciones óptimas para los intervalos en estudio.

4- Obtención de óptimos (analíticamente)

Para la obtención del óptimo se aplicaron criterios matemáticos que incluyó: condiciones necesarias y suficientes para la localización de los puntos Máximos, Mínimos o de Ensilladura de todas las respuestas obtenidas.

Las condiciones necesarias y suficientes, para el caso particular de funciones doblemente diferenciables, consisten en analizar el signo del determinante de la matriz Hessiana **H** y anular las derivadas parciales para encontrar su punto crítico **P**. Estos criterios se presentan a continuación:

- $H_f(P) > 0$ y $f_{xx}(P) > 0 \Rightarrow P$ es un mínimo relativo
- $H_f(P) > 0$ y $f_{xx}(P) < 0 \Rightarrow P$ es un máximo relativo
- $H_f(P) < 0 \Rightarrow P$ es un punto de silla

5-Interpretación de Resultados

A partir de los óptimos se determinó la presencia o no, de estos puntos en la región experimental. En el caso de no estar en dicha región, se estimaron los valores de las variables independientes donde se alcanzaron las mejores respuestas.

Los datos fueron procesados mediante el paquete estadístico Statgraphics Centurion XVI en su versión del 2011, StatPoint Technologies (2011). Se utilizaron lo software de matemáticas dinámicas online GeoGebra. (2019). y Matlab en su versión R2013a para realizar todo el análisis matemático descrito anteriormente.

CAPÍTULO 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Análisis matemático estadístico del Rendimiento de Materia Seca Total, Rendimiento de Masa Seca de Hojas y Rendimiento de Masa Seca de Tallos para los períodos de lluvia y seca.

El análisis descriptivo de las variables Rendimiento de Materia Seca Total (RMST), Rendimiento de Masa Seca de Hojas (RH) y Rendimiento de Masa Seca de Tallos (RTLL) para los períodos de seca y lluvia se muestran en la Tabla 3. Los resultados indican que los datos se distribuyen normalmente, avalado por la magnitud de los sesgos y curtosis estandarizados, cuyos valores están entre -2 a +2, exceptuando el caso del RTLL en seca con un sesgo estandarizado de 2.15. Los valores máximos y mínimos para cada variable se encuentran entre los rangos normales para la especie bajos las condiciones de manejo estudiadas (Crespo *et al.* 1994).

Tabla 3: Resumen estadístico para las variables de rendimiento de masa seca total (RMST) y sus componentes morfológicos (RH y RTLL) para la estación de seca y lluvia.

	RMST		RH		RTLL	
	Seca	Lluvia	Seca	Lluvia	Seca	Lluvia
Observaciones	36	36	36	36	36	36
Media t Ms/ha	1.52	2.58	0.69	1.25	0.83	1.34
Desviación estándar	1.13	1.97	0.43	0.88	0.71	1.09
Mínimo t Ms/ha	0.15	0.04	0.09	0.03	0.05	0.01
Máximo t Ms/ha	3.86	5.86	1.46	2.68	2.41	3.22
Rango	3.71	5.82	1.36	2.65	2.36	3.21
Sesgo Estandarizado	1.71	0.63	1.08	0.38	2.15	0.86
Curtosis Estandarizada	-0.77	-1.74	-1.26	-1.75	-0.30	-1.66

ANÁLISIS DE REGRESIÓN MÚLTIPLE

Al considerar los valores de RMST, RH y RTLL como variables dependientes y la edad y dosis de nitrógeno como independientes, fue posible obtener las expresiones matemáticas, que permiten describir el comportamiento de las superficies de respuesta para cada variable y épocas en estudio. En la Tabla 4 se muestran todos los casos para los modelos de primer y segundo orden.

CAPÍTULO 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Tabla 4: Modelos matemáticos que expresan la relación entre las variables de rendimiento con la edad y el nivel de nitrógeno.

Varia bles	Modelos de Primer Orden	Modelos de Segundo Orden
RMST Seca <i>tMS/ha</i>	$f(x, y) = -0.82 + 0.24x + 0.003y$	$f(x, y) = -0.19 + 0.19x + 0.0004y - 0.006x^2 - 0.000002y^2 + 0.0006x.y$
RMST Lluvia <i>tMS/ha</i>	$f(x, y) = -1.45 + 0.41x + 0.006y$	$f(x, y) = -1.39 + 0.53x + 0.009y - 0.02x^2 - 0.00001y^2 + 0.0007x.y$
RH Seca <i>tMS/ha</i>	$f(x, y) = -0.21 + 0.09x + 0.001y$	$f(x, y) = -0.09 + 0.10x + 0.0008y - 0.004x^2 - 0.000001y^2 + 0.0002x.y$
RH Lluvia <i>tMS/ha</i>	$f(x, y) = -0.56 + 0.17x + 0.003y$	$f(x, y) = -0.67 + 0.29x + 0.004y - 0.01x^2 - 0.000007y^2 + 0.0002x.y$
RTLL Seca <i>tMS/ha</i>	$f(x, y) = -0.61 + 0.15x + 0.002y$	$f(x, y) = -0.10 + 0.08x - 0.0003y - 0.001x^2 - 6.45y^2 + 0.0004x.y$
RTLL Lluvia <i>tMS/ha</i>	$f(x, y) = -0.88 + 0.23x + 0.003y$	$f(x, y) = -0.71 + 0.24x + 0.005y - 0.07x^2 - 0.00001y^2 + 0.0004x.y$

$x = 1, 2, 3, \dots, 12$ $y = 0, 200, 400$ kg/N/ha/año

BONDAD DE AJUSTE

Para discernir acerca de la bondad de ajuste de los modelos, se consideraron diversos criterios estadísticos publicados por Kiviste *et al.* (2002), Guerra *et al.* (2003), y Torres *et al.* (2012) cuyos resultados aparecen en la Tabla 5. Los ajustes aportan coeficientes de determinación (R^2) altos, los que superan el 84 % en el caso de los modelos de primer orden y el 94 % para los de segundo orden. Se tomó además en consideración el Coeficiente de Determinación Ajustado los cuales alcanzaron los valores más elevados en los modelos cuadráticos.

CAPÍTULO 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Tabla 5: Resultados de la Bondad de ajuste de los modelos evaluados.

Primer Orden		Segundo Orden		Primer Orden	Segundo Orden
Época	SECA		LLUVIA		
Coeficiente de Determinación R^2					
RMST	87.28 %	98.44 %	85.78 %	94.95 %	
RH	88.37 %	97.06 %	86.62 %	95.21 %	
RTLL	84.85%	97.95 %	84.22%	94.44%	
Coeficiente de Determinación Ajustado R^2A					
RMST	86.51 %	98.19 %	84.92 %	94.11 %	
RH	87.67 %	96.57 %	85.81%	94.41 %	
RTLL	83.93%	97.60 %	83.27%	93.52%	
Significación del Modelo (p -valor)					
RMST	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
RH	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
RTLL	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	
Media absoluta del error					
RMST	0.29	0.10	0.57	0.35	
RH	0.11	0.05	0.25	0.15	
RTLL	0.20	0.07	0.34	0.19	
Durbin Watson					
RMST	2.63 (P=0.96)	1.45 (P=0.04)	2.58 (P=0.95)	2.40 (P=0.84)	
RH	2.59 (P=0.95)	2.41 (P=0.85)	2.26 (P=0.75)	2.24 (P=0.71)	
RTLL	2.54 (P=0.94)	0.93 (P=0.0003)	2.74 (P=0.98)	2.53 (P=0.92)	
Coeficiente de correlación r_{op}					
RMST	0.92	0.99	0.93	0.97	
RH	0.93	0.98	0.94	0.97	
RTLL	0.91	0.98	0.92	0.97	

r_{op} ..coeficiente de correlación entre los valores observados y predichos por el modelo

En la misma tabla se evidencia que las medias absolutas del error fueron relativamente menores en los modelos de segundo orden que en los de primer orden. La dódima de Durbin Watson muestra que no existen problemas de autocorrelación de los errores en los modelos de primer y segundo orden, sin embargo, el caso del RTLL en el modelo de segundo orden para la época de seca presentó incumplimientos en este supuesto (valores del estadístico DW < 1.4).

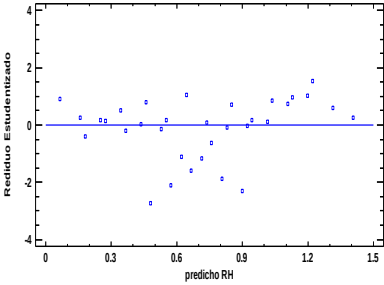
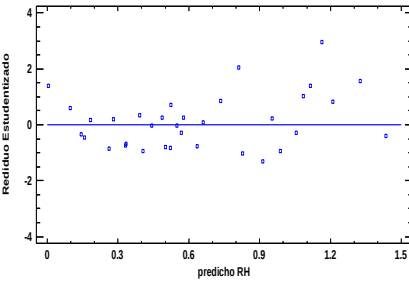
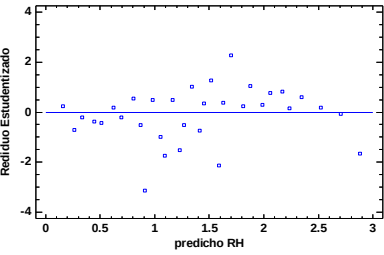
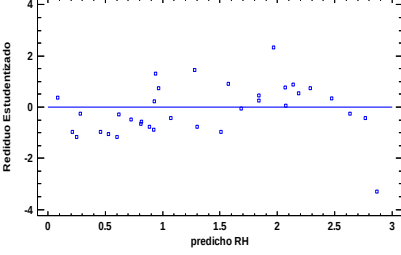
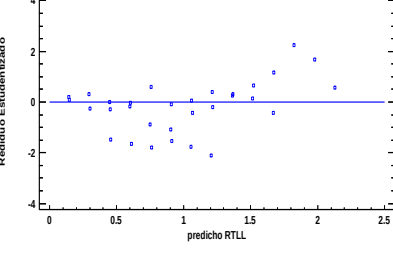
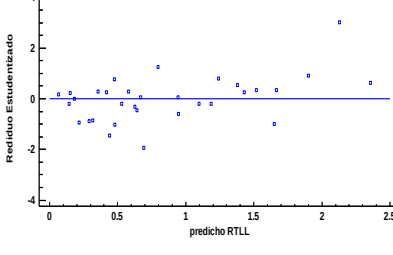
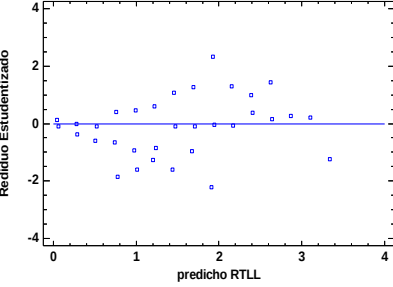
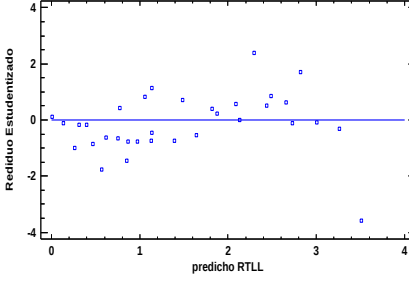
CAPÍTULO 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En la tabla se observa una correlación fuerte entre los valores predichos y los observados en todos los modelos, siendo superior en el caso de los modelos de segundo orden con coeficientes de correlación $r \geq 0.97$. El análisis gráfico de los residuos (Tabla 6) corrobora mejor distribución aleatoria de los residuos en los modelos de segundo orden.

Tabla 6: Representación gráfica de los residuos probados (lineal y cuadrático) para cada una de las variables.

	Primer Orden	Segundo Orden
Residuos RMST <i>seca</i>		
Residuos RMST <i>lluvia</i>		

CAPÍTULO 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Residuos RH <i>seca</i>		
Residuos RH <i>lluvia</i>		
Residuos RTLL <i>seca</i>		
Residuos RTLL <i>lluvia</i>		

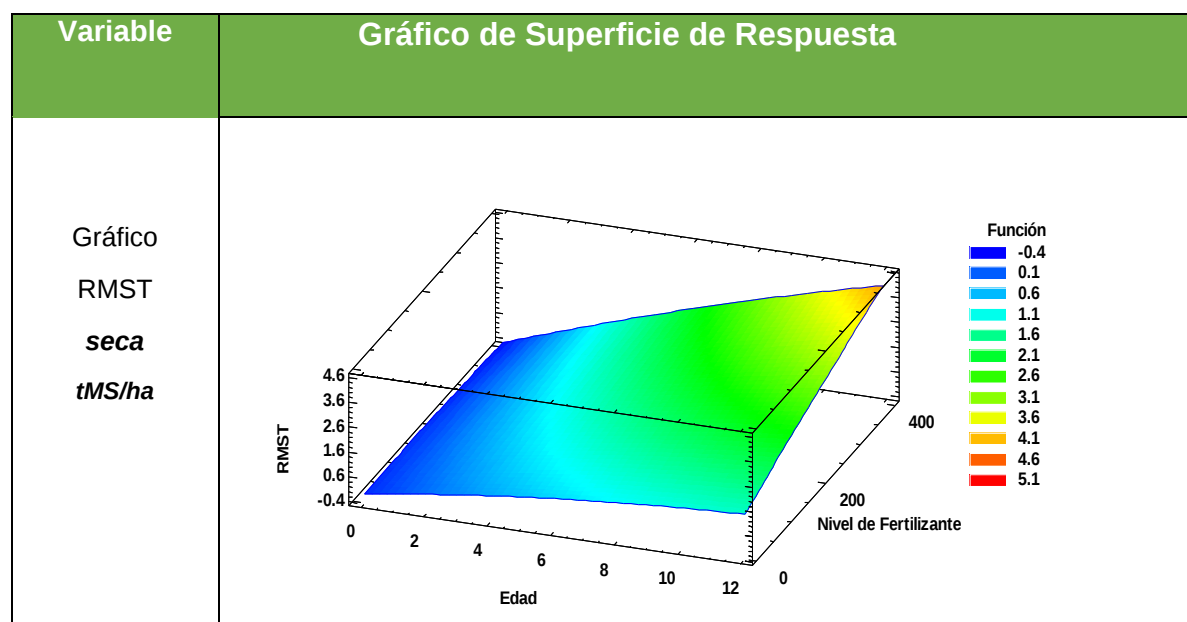
Selección del mejor modelo

Los resultados discutidos hasta aquí evidencian la factibilidad del uso de modelos de superficies de respuesta de segundo orden o cuadráticos para representar la dinámica de ambos factores en los cambios de productividad del pasto estrella en la estación de seca y lluvia respectivamente. Autores como Thornley y France (1984) señalaron que los modelos matemáticos, que incluyen más de una variable, representan mejor la dinámica de crecimiento de las plantas, criterios válidos para el comportamiento que presentan las variables en estudio en el presente trabajo.

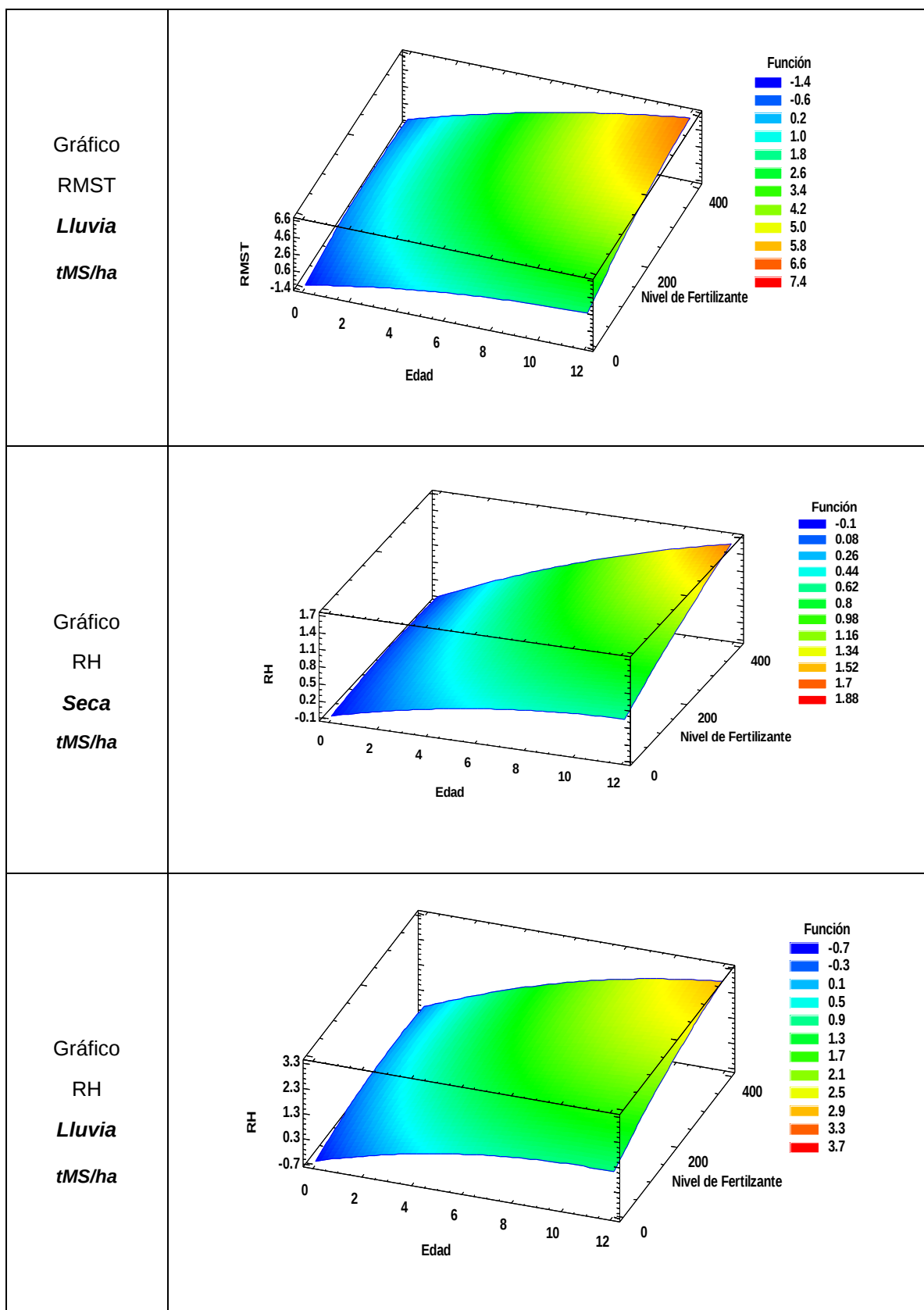
REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LAS SUPERFICIES

Una vez obtenidas las expresiones de los modelos de superficies cuadráticas para ambos períodos estacionales y teniendo en cuenta la bondad de ajuste y el cumplimiento de los indicadores, en la Tabla 7 se muestran de forma gráfica las superficies de respuesta para cada variable en los intervalos de edad y nivel de nitrógeno estudiados.

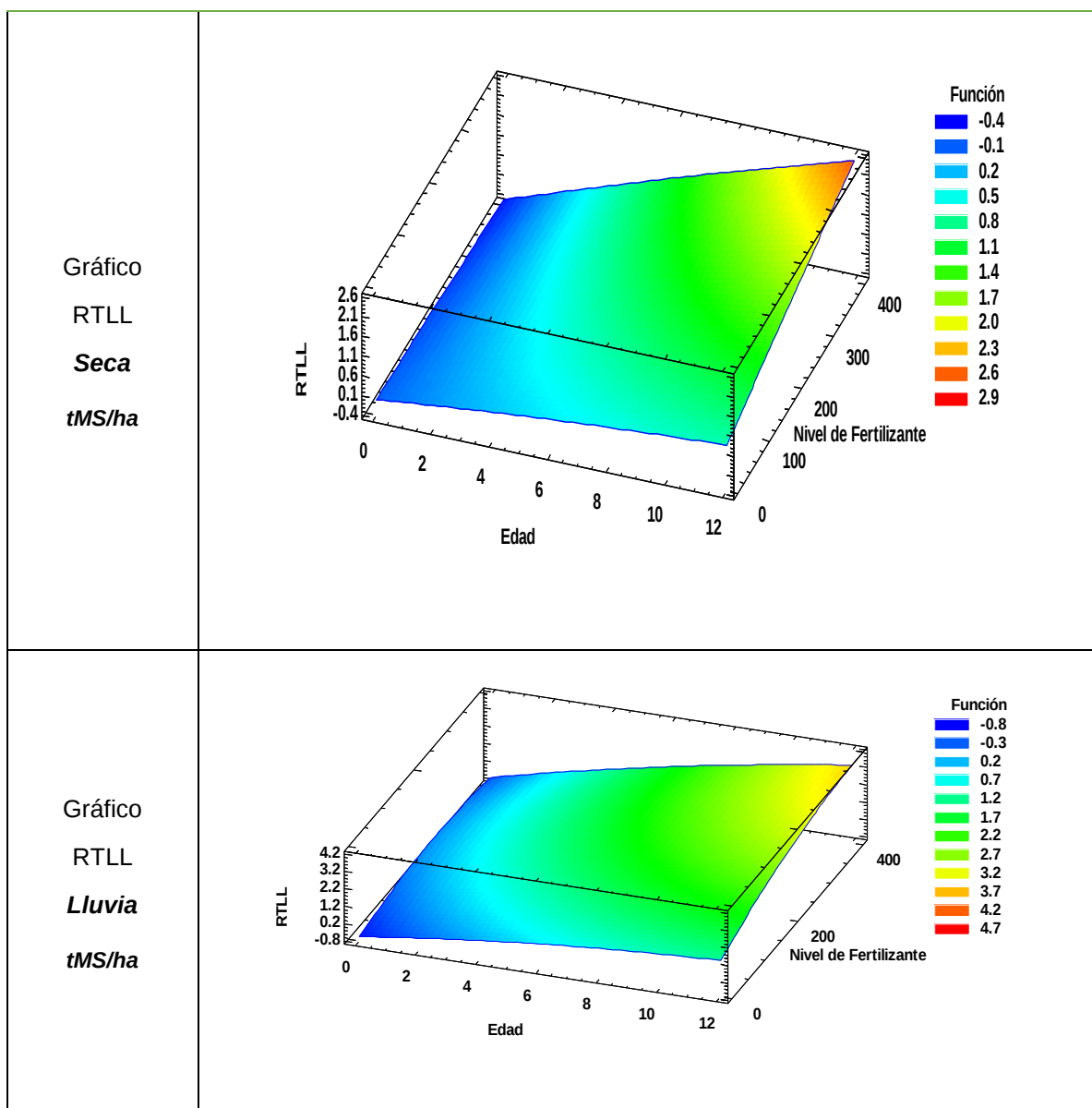
Tabla 7: Representación gráfica de los modelos de superficies de respuesta para cada una de las variables estudiadas



CAPÍTULO 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN



CAPÍTULO 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN



Edad (semanas) Nivel de Fertilizante (kg N/ha/año)

En todas las variables respuestas analizadas, tanto en lluvia como en seca, se observa que estas obtienen mayores valores a medida que aumentan la edad y el nivel de fertilizante de forma paralela, similares resultados encontraron Herrera (1981), Del Pozo (1998) y López (2016) en sus trabajos. Además se evidencia un aumento proporcional en los rendimientos de RMST y sus componentes estructurales RH y RTLL con la edad y el fertilizante, este efecto puede estar dado probablemente por la mayor capacidad que posee esta especie en su sistema asimilativo (Del Pozo *et al.* 2002).

Similares respuestas obtuvieron Ramos *et al.* (1987) en un estudio del crecimiento de *Cynodon nlemfuensis* con tres niveles de nitrógeno (0, 200 y 400 kg N/ha/año) y tres edades de corte, recomendando cortar entre la 5 y 6 semana con dosis de 200 a 400 kg N/ha/año, momentos en que se alcanzó los máximos valores de densidad y tasas de crecimiento.

Por otra parte, Herrera y Ramos, (2006) argumentan que las frecuencias de corte más prolongadas, proporcionaron mayores rendimientos, sin embargo, señalaron la disminución progresiva de su calidad bajo este manejo.

OBTENCIÓN DE ÓPTIMOS (ANALÍTICAMENTE)

Las expresiones de las derivadas parciales del RMST en seca son, respectivamente:

$$Mt_x = 0.19 - 0.012x + 0.0006y$$

$$Mt_y = 0.0004 - 0.000004y + 0.0006x$$

Las expresiones de las derivadas parciales del RMST en lluvia son, respectivamente:

$$Mt_x = 0.53 - 0.04x + 0.0007y$$

$$Mt_y = 0.009 - 0.00002y + 0.0007x$$

donde x y y representan la edad y los niveles de fertilizante

Las condiciones necesaria y suficiente para la localización de los puntos Máximos, Mínimos o de Ensilladura de la superficie, arrojaron que los máximos valores del RMST, RH y RTLL en seca y lluvia fueron combinaciones que se encuentran fuera de la región experimental.

Sin embargo, dentro de la misma los valores máximos para las tres se alcanzaron a la edad de 12 semanas y con 400 kg N/ha/año en ambos períodos estacionales respectivamente, alcanzando RMST un valor de **4.20 t MS/ha y 6.38 t MS/ha** (Tabla 8). No obstante, no se deben despreciar valores inferiores de los factores ya que para combinaciones de edad entre 11 – 12 semanas y niveles de fertilizante entre 300 y 375, los rendimientos variaron muy poco.

Para cualquier edad y época del año el rendimiento de materia seca total fue superior cuando se suministró nitrógeno y sus diferencias fueron más evidentes a partir de la tercera y quinta semana. Del Pozo (1998) encontró la máxima acumulación de masa seca entre las semanas 11 y 12 con valores de 1.18, 2.89 t MS/ha para la seca y de 2.73, 5.37 t MS/ha para la lluvia con 0 y 50 kg/ha/ciclo de N, respectivamente.

Tabla 8: Máximos locales predichos en la optimización de las variables de rendimiento analizadas.

Factor	Valor óptimo	
Edad	12 Semanas	
Nivel de Fertilizante	400 kg N/ha/año	
Respuesta	Valor óptimo	
	Seca	LLuvia
RMST	4.20 t MS/ha	6.38 t MS/ha
RH	1.62 t MS/ha	2.86 t MS/ha
RTLL	2.96 t MS/ha	3.50 t MS/ha

Análisis matemático estadístico del Porciento de Proteína Bruta y Porciento de Fibra Bruta para los períodos de seca y lluvia.

El análisis descriptivo de las variables Porciento de Proteína Bruta (%PB) y Porciento de Fibra Bruta (%FB) para los períodos de seca y lluvia se muestran en la Tabla 9. Los resultados indican que los datos se distribuyen normalmente, avalado por los valores de sesgo y curtosis estandarizados, exceptuando el caso del %PB en seca y lluvia que obtuvo un sesgo estandarizado de 2.1 y 2.5, respectivamente.

Tabla 9: Resumen estadístico para las variables de calidad Porciento de Proteína Bruta (%PB) y Porciento de Fibra Bruta (%FB) para la estación de seca y lluvia.

	%PB		%FB	
	Seca	Lluvia	Seca	Lluvia
Observaciones	36	36	36	36
Media %	11.58	11.23	26.81	29.63
Desviación estándar	3.82	5.09	1.69	3.30
Mínimo %	6.3	5.26	23.26	23.11
Máximo %	20.93	24.25	29.85	36.8
Rango	14.63	18.99	6.59	13.69
Sesgo Estandarizado	2.1	2.5	-0.22	-0.05
Curtosis Estandarizada	0.2	0.42	-0.85	-0.65

ANÁLISIS DE REGRESIÓN MÚLTIPLE

Al considerar los valores de %PB y %FB como variables dependientes y la edad y dosis de nitrógeno como independientes, fue posible obtener las expresiones matemáticas, que permiten describir el comportamiento de las superficies respuesta, para cada variable y épocas en estudio. Los ajustes realizados en todos los casos para los modelos de primer y segundo orden se muestran en la Tabla 10.

Tabla 10: Modelos matemáticos que expresan la relación entre las variables de calidad con la edad y el nivel de nitrógeno.

Variables	Modelos Primer Orden	Modelos Segundo Orden
%PB Seca	$f(x, y) = 14.89 - 0.84x + 0.01y$	$f(x, y) = 11.97 - 0.07x + 0.01y - 0.03x^2 + 0.00001y^2 - 0.001x.y$
%PB Lluvia	$f(x, y) = 17.67 - 1.27x + 0.009y$	$f(x, y) = 18.33 - 2.24x + 0.01y + 0.10x^2 + 0.000007y^2 - 0.002x.y$
%FB Seca	$f(x, y) = 24.27 + 0.39x - 0.00008y$	$f(x, y) = 26.12 - 0.03x - 0.007y + 0.01x^2 + 0.000002y^2 + 0.0009x.y$
%FB Lluvia	$f(x, y) = 23.78 + 0.74x + 0.004y$	$f(x, y) = 25.56 + 0.37x + 0.0003y + 0.01x^2 - 0.000008y^2 + 0.001x.y$

BONDAD DE AJUSTE

Los criterios estadísticos con sus correspondientes resultados, para discernir acerca de la bondad de ajuste de los modelos, se explicitan en la Tabla 11. Los ajustes aportan coeficientes de determinación (R^2) que superan el 66% para los modelos de primer orden y el 73% los de segundo orden. Se tomó además en consideración el Coeficiente de Determinación Ajustado los cuales alcanzaron los valores más elevados en los modelos cuadráticos.

Tabla 11: Resultados de la bondad de ajuste de los modelos evaluados

	Primer Orden	Segundo Orden	Primer Orden	Segundo Orden
Época	SECA		LLUVIA	
Coeficiente de Determinación R^2				
%PB	81.56 %	87.92 %	85.74 %	96.05 %
%FB	66.36 %	78.56 %	69.19 %	73.96 %
Coeficiente de Determinación Ajustado R^2A				
%PB	80.44 %	85.91 %	84.88 %	95.39 %
%FB	64.29 %	74.99 %	67.33 %	69.62 %
Significación del Modelo (p-valor)				
%PB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
%FB	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
Media absoluta del error				
%PB	1.22	0.83	1.57	0.82
%FB	0.82	0.62	1.30	1.21
Durbin Watson				
%PB	2.00 (P=0.45)	1.90 (P=0.33)	1.84 (P=0.28)	2.43 (P=0.85)
%FB	2.17 (P=0.66)	1.85 (P=0.28)	1.55 (P=0.07)	1.35 (P=0.02)
Coeficiente de correlación r_{op}				
%PB	0.90	0.93	0,92	0,98
%FB	0.81	0.88	0,83	0,86

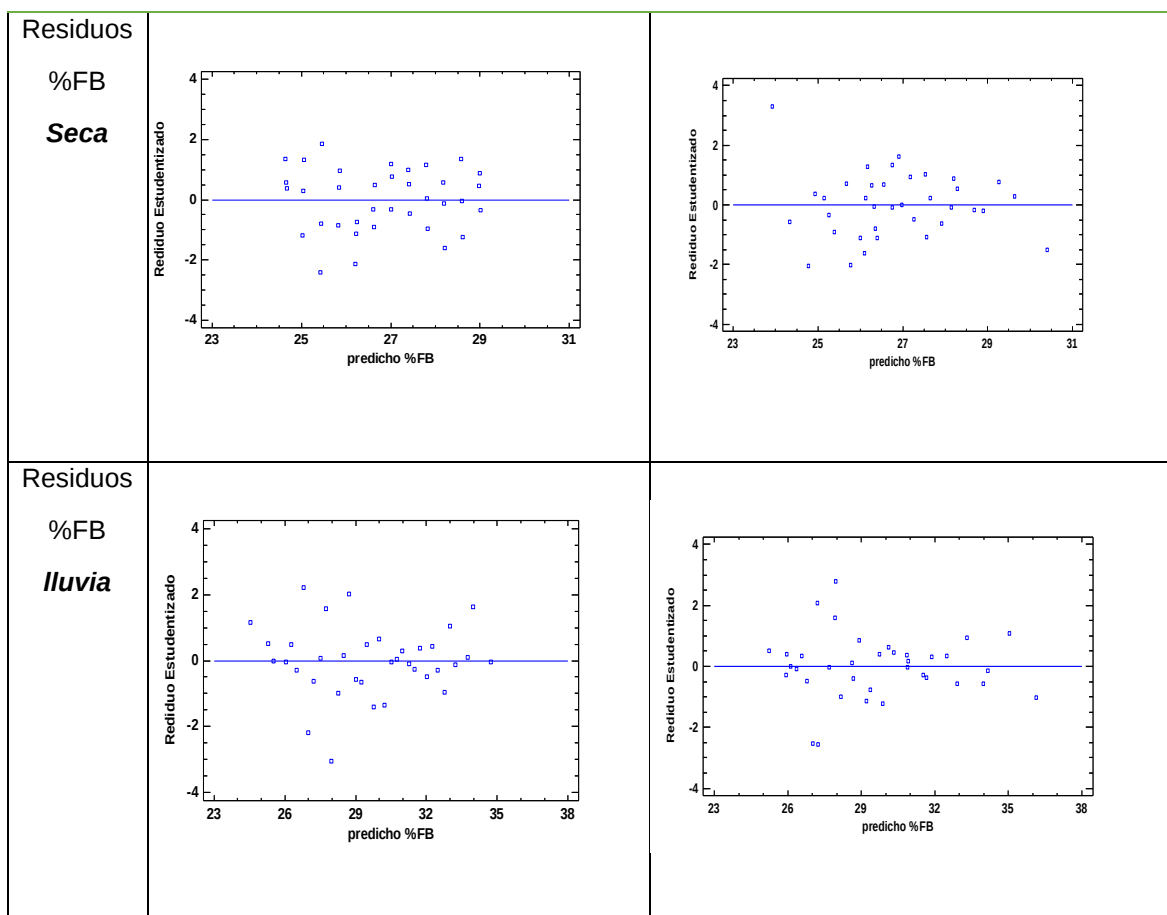
La misma tabla (Tabla 11) muestra que las medias absolutas del error fueron relativamente menores en los modelos de segundo orden que en los de primer orden. La dócima de Durbin Watson refleja que no existen problemas de autocorrelación de los errores en los modelos de primer y segundo orden, sin embargo, el caso del %FB en el modelo de segundo orden para la época de lluvia presentó incumplimientos en este supuesto (valores del estadístico DW < 1.4).

CAPÍTULO 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

De forma semejante se evidencia una correlación fuerte entre los valores predichos y los observados en todos los modelos, siendo superior en el caso de los modelos de Segundo orden con coeficientes de correlación $r \geq 0.86$. El análisis gráfico de los residuos (Tabla 12) corrobora mejor distribución aleatoria de los mismos en los modelos de segundo orden.

Tabla 12: Representación gráfica de los residuos en los modelos probados (lineal y cuadrático) para cada una de las variables.

	Primer Orden	Segundo Orden
Residuos %PB seca		
Residuos %PB lluvia		



Selección del mejor modelo

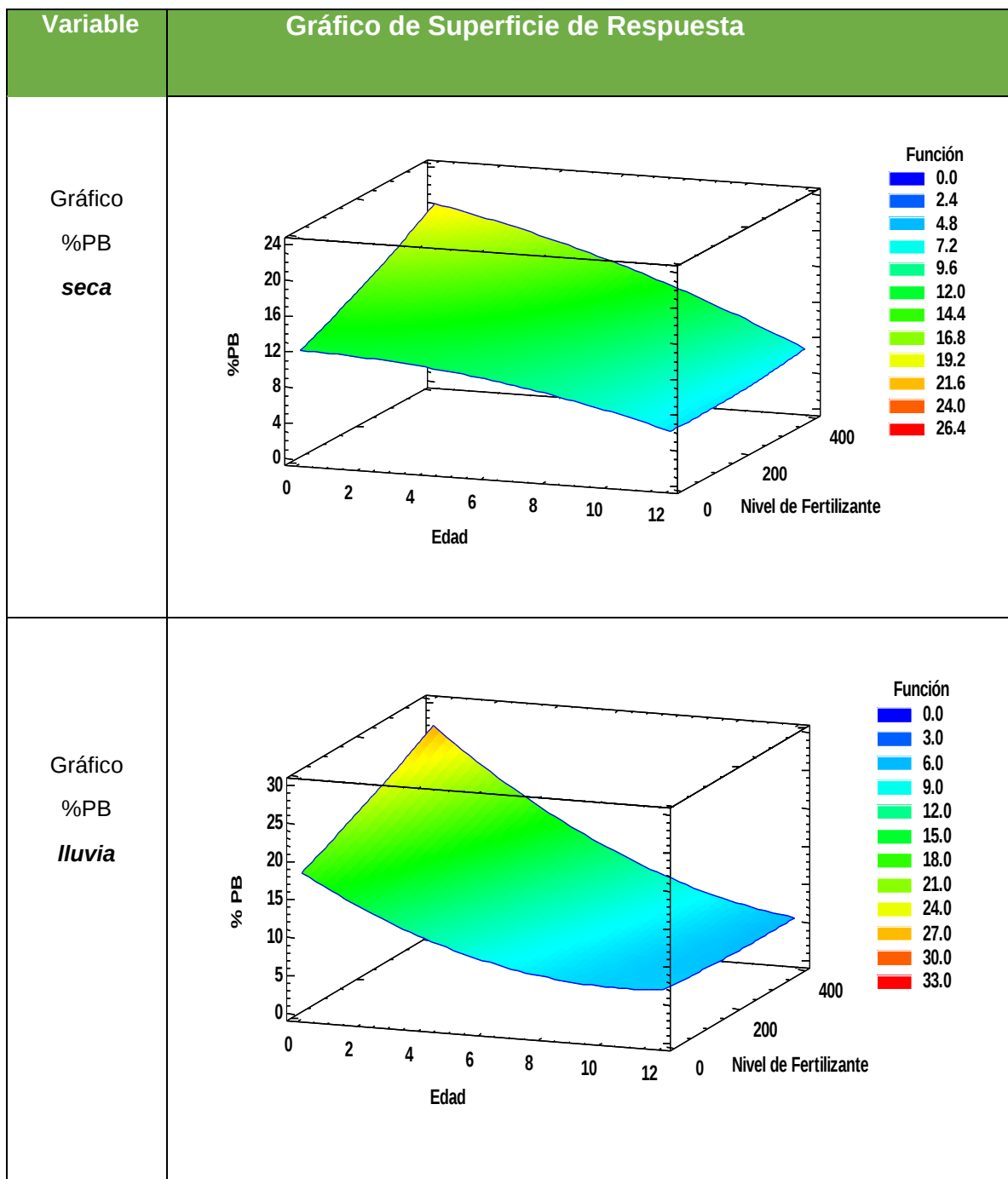
Los resultados discutidos hasta aquí evidencian la factibilidad del uso de modelos de superficies de respuesta de segundo orden o cuadráticos para representar la dinámica de ambos factores en los cambios de calidad del pasto estrella en la estación de seca y lluvia.

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LAS SUPERFICIES

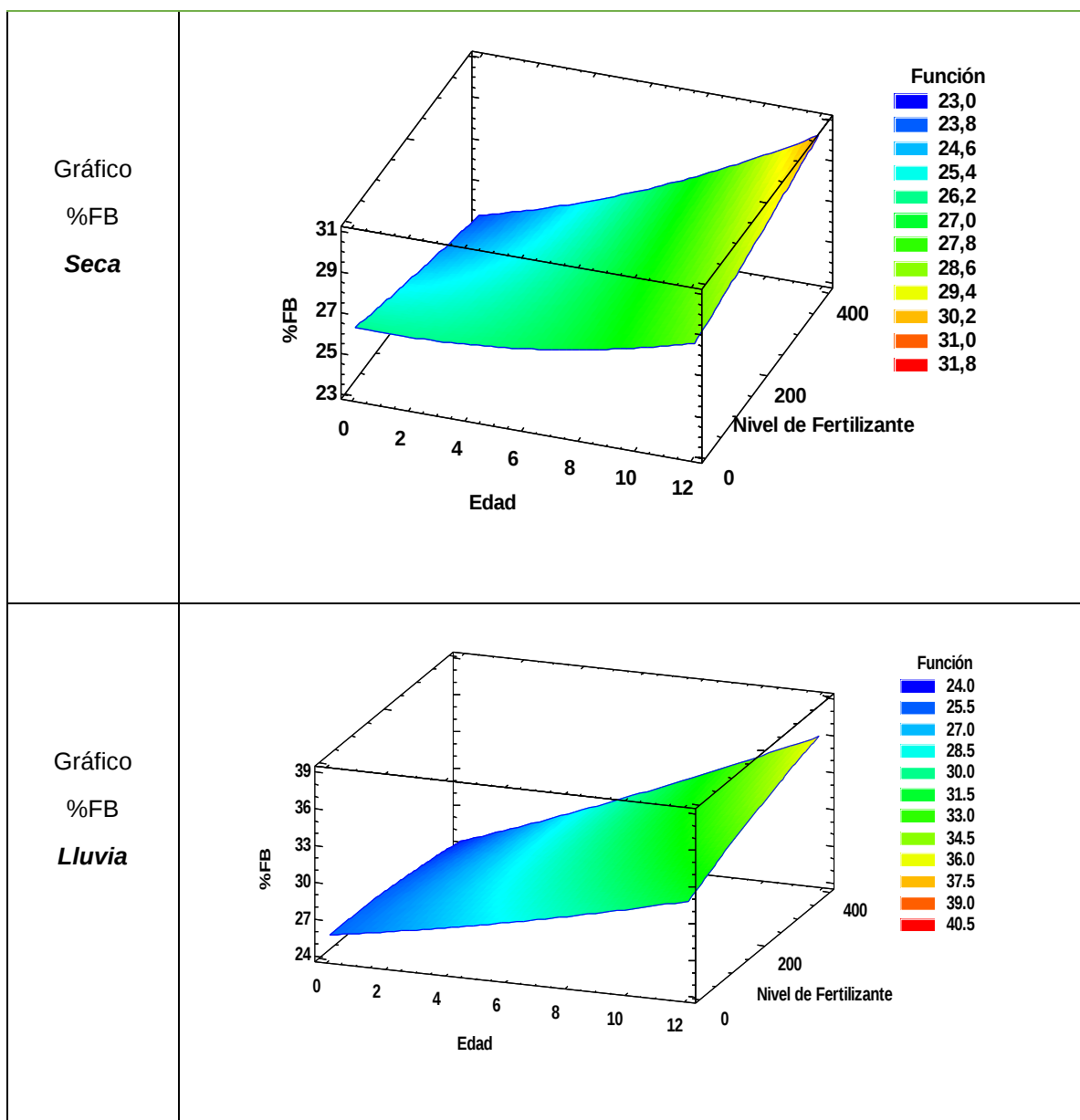
Una vez obtenidas las expresiones de los modelos de superficies cuadráticas para ambos períodos estacionales, teniendo en cuenta la bondad de ajuste y el cumplimiento de los indicadores (Tabla 13) se muestran de forma gráfica las superficies de respuesta para cada variable en los intervalos de edad y nivel de nitrógeno estudiados.

CAPÍTULO 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Tabla 13: Representación gráfica de los modelos de Superficies de respuesta para las variables Porciento de Proteína Bruta (%PB) y Fibra Bruta (%FB).



CAPÍTULO 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN



Edad (semanas) Nivel de Fertilizante (kg N/ha/año)

Se puede observar a simple vista en que el %PB tanto en lluvia como en seca, obtiene mayores valores a menor edad y mayor nivel de fertilizante paralelamente.

Similar respuesta la obtuvo Del Pozo (1998) y argumentó que el contenido de proteína bruta en ambas épocas del año estuvo afectado por la interacción del nitrógeno y la edad, y los mayores contenidos se presentaron en la segunda semana cuando se adicionó nitrógeno, con valores de 15.78 y 19.36 % para seca y lluvia

con dosis de N de 0 y 50 kg respectivamente. Con excepción de la dosis de 50 kg en la época de lluvia su contenido disminuyó de forma lineal con la edad de rebrote.

Más recientemente, Maya *et al* (2005) en un estudio sobre el valor nutritivo del pasto estrella solo y en asociación con leucaena a diferentes edades de corte, encontraron una marcada tendencia a declinar la proteína con el aumento de la edad, semejantes resultados obtuvieron Adejumo y Ademosum (1985).

El contenido de fibra bruta en ambas estaciones del año incrementaron los valores a medida que aumentan la edad y los niveles de fertilización. Similar respuesta obtuvieron Fernández *et al* (1991) en un estudio de valor nutritivo de la misma especie evaluado durante lluvia y sequía, utilizando parcelas de exclusión en la Unidad Agroecológica 3E144 del Valle de Aroa, Venezuela. Otros autores como Maya *et al* (2005), Esqueda *et al* (2009) y Pereira *et al* (2012) también encontraron aumentos de la fibra al incrementar la edad de corte de 28 a 35 días.

OBTENCIÓN DE ÓPTIMOS (ANALÍTICAMENTE)

Las expresiones de las derivadas parciales del %PB en seca con respecto a la edad y niveles de fertilizantes son, respectivamente:

$$Mt_x = -0.07 - 0.06x - 0.001y$$

$$Mt_y = 0.01 + 0.00002y - 0.001x$$

Las expresiones del %PB en lluvia con respecto a la edad y niveles de fertilizantes son, respectivamente:

$$Mt_x = -2.24 + 0.20x - 0.002y$$

$$Mt_y = 0.01 + 0.000014y - 0.002x$$

donde x y y representan la edad y los niveles de fertilizante.

CAPÍTULO 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Las expresiones de las derivadas parciales del %FB en seca con respecto a la edad y niveles de fertilizantes son, respectivamente:

$$Mt_x = -0.03 + 0.02x + 0.0009y$$

$$Mt_y = -0.007 + 0.000004y + 0.0009x$$

Las expresiones del %FB en lluvia con respecto a la edad y niveles de fertilizantes son, respectivamente:

$$Mt_x = 0.37 + 0.02x + 0.001y$$

$$Mt_y = 0.0003 - 0.000016y + 0.001x$$

En la Tabla 14 se presentan los valores máximos locales de los parámetros de calidad y los valores de cada uno de los factores que los definen. Como se puede observar el porcentaje de proteína bruta alcanzó el 19.51 % y 24.38 % a la edad de la primera semana de rebrote con 400 kg N/ha/año de fertilizante en seca y lluvia respectivamente, evidenciándose un aumento en esta última época del año.

Tabla 14: Máximos locales predichos en la optimización de las variables de calidad.

Respuesta	Valor óptimo			
	Seca		Lluvia	
%PB	19.51 %	Edad: 1	24.38 %	Edad: 1
		Fert: 400		Fert: 400
%FB	30.40 %	Edad: 12	36.14 %	Edad: 12
		Fert: 400		Fert: 400

Por otro lado los valores óptimos de fibra bruta (30.40% y 36.14%) se obtuvieron a la edad de 12 semanas con 400 kg/N/ha/año en seca y lluvia respectivamente. No obstante, al igual que sucede con las variables de rendimiento no se deben despreciar valores inferiores de los factores ya que para combinaciones de edad entre la primera y tercera semana, y niveles de fertilizante entre 300 y 375 kg N/ha/año, los porcentos de proteína bruta variaron muy poco, lo mismo sucede para la fibra bruta entre las semanas 11 y 12 con fertilizante de 250 a 375 kg N/ha/año.

Teniendo en cuenta los aspectos antes discutidos, se considera que en todos los casos en estudio se observaron los mayores valores en la época de lluvia, según los criterios de Crespo y Fraga (2003) esto puede estar dado por la estrecha relación que existe entre el volumen de agua caída por las precipitaciones y los factores bioquímicos y fisiológicos que regulan los procesos biológicos de los pastos, ejerciendo efectos notables en el crecimiento y la calidad de los mismos.

Se concluye que el uso de los modelos de superficies de respuesta cuadráticos son herramientas útiles para la representación del crecimiento del pasto estrella cuando se analiza más de un factor, permitiendo obtener los valores óptimos de las variables de rendimiento, así como el momento recomendable de la edad y nivel de fertilizantes en cada caso. .

CONCLUSIONES

Como resultado de lo expuesto en el trabajo, luego de analizados y evaluados todos los aspectos en relación con la Metodología de Superficie de Respuesta aplicada al estudio del crecimiento del pasto estrella, se concluye que:

1. El polinomio de 2do grado en los modelos de superficie de respuesta mostraron los mejores ajustes a los datos de las variables de rendimiento y calidad para el pasto estrella (*Cynodon nlemfuensis*) con elevados coeficientes de determinación, que fluctuaron entre 73 y 98 % para los períodos poco lluvioso y lluvioso respectivamente.
2. Por su parte, el efecto de la edad de rebrote y la dosis de nitrógeno en el rendimiento y la calidad del pasto se manifestó de forma significativa en ambas épocas del año, con mayor intensidad durante la estación lluviosa, y a partir de la segunda mitad del ciclo de crecimiento estudiado.
3. Los extremos o puntos de ensilladura en todas las expresiones fueron variable para cada indicador estudiado y se alcanzaron fuera de los intervalos estudiados, no obstante, permitieron obtener valores óptimos en la región de estudio y valorar otras alternativas para valores predichos por los mismos.
4. Los resultados obtenidos demostraron que la utilización de la Metodología de Superficies de Respuesta, que incluye diseño, modelación y optimización de procesos, constituye una herramienta útil para representar y analizar el crecimiento del pasto estrella (*Cynodon nlemfuensis*) bajo diferentes dosis de nitrógeno y edad de rebrote.

RECOMENDACIONES

1. Aplicar la metodología de superficie de respuesta utilizada en el presente trabajo de tesis para su estudio en otras especies de pastos tropicales de similar forma de crecimiento y otras condiciones de suelo y clima.
2. Emplear los modelos obtenidos para estimar los cambios de productividad y valores óptimos de utilización del pasto estrella (*Cynodon nlemfuensis*) en la región de estudio en dependencia de las variantes de los insumos disponibles.
3. Realizar futuras investigaciones para la obtención de modelos que representen a otras especies y condiciones de manejo, y así desarrollar un software donde contemple las expresiones obtenidas para estudiar la dinámica de los pastos en los ecosistemas de pastizales.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Adejumo, J. O.; Ademosun, A. A. 1985 Effects of planting distance, cutting frequency and height on dry matter yield and nutritive value of *Leucaena leucocephala* sown alone and in mixture with *Panicum maximum*. *Anim Prod Res*, 5(2):209-221.
- Álvarez, A. M. (2000). *Utilización de los pastos en Cuba. Situación actual*. La Habana, Cuba: Taller 35 Aniversario del ICA.
- Anón, S. (1994). *Situación actual de las investigaciones que se realizan en el Pastoreo Racional Voisin en el Instituto de Ciencia Animal*. La Habana. pp. 5-9.
- Bacio, L. V. (2007). *Optimización Multi-Objetivo en el problema de metodología de Superficie Multi-Respuesta*. Tesis de Maestría. Guanajuato, México, Centro de Investigación en Matemática.
- Benítez, D., Fernández, J. L., Ray, J., Ramírez, A., Torres, V., Tandrón, I., Díaz, M. y Guerra, J. (2007). Factores determinantes en la producción de biomasa en tres especies de pastos en sistemas racionales de pastoreo en el Valle del Cauto, Cuba. *Revista Cubana de Ciencia Agrícola*, 41 (3), 231-235.
- Bingham, N. H. y Frees, J. M. (2010). *Regression Linear Models in Statistics*. London. UK: Imperial College.
- Box, G. E. P. y Wilson, K. G. (1951). On the Experimental Attainment of Optimum Conditions. *Journal of the Royal Statistical Society*, vol 13, 1-45.
- Burguillo, F. J. (2005). *Ajuste de ecuaciones a curvas: introducción a la regresión lineal y no lineal* [en línea]. España. Disponible en: <http://web.usal.es/> [Consulta: 08 octubre 2018].
- Cabrera, E., Ramírez, J., Gutiérrez, A., Castellanos, A. y Sosa, E. (2009). *Comparación de la concentración mineral en forrajes y suelos de zonas ganaderas del estado de Quintana Roo*. Informe de investigación 40: 167. México: Vet. Mex.
- Crespo, G., Ruiz, T. E., Sistach, M. y Cino, D. (1994). *Dosis de semilla y momento de intercalar el maíz durante la siembra de Cynodon nlemfuensis*. *Avances en Investigaciones Agropecuarias*. Texcoco, México: Universidad de Chapingo.

- Crespo, G. y Fraga, S. 2003. Características de las excreciones de carneros Pelibuey y su aporte de N, P y K en pastizal de *C. nlemfuensis* durante la estación lluviosa. *Rev. Cubana Cienc. Agric.* 37: 79
- Del Pozo, P. P. (1998). *Análisis del crecimiento del pasto estrella (C. nlemfuensis) bajo condiciones de corte y pastoreo*. Tesis de Doctorado. La Habana, Cuba, ICA.
- Del Pozo, P. P. y Fernández, L. (1999). *El papel de la modelación y la simulación en las ciencias agropecuarias*. La Habana, Cuba: UNAH.
- Del Pozo, P. P., Herrera, R. S. y García, M. (2002). Dinámica de los contenidos de carbohidratos y proteína bruta en el pasto estrella (*Cynodon nlemfuensis*) con aplicación de nitrógeno y sin ella. *Revista Cubana de Ciencia Agrícola*, 36 (2), 275-280.
- Dey, D. K., Ghosh, S. y Mallick, B. K. (2011). *Bayesian modelling in bioinformatics*. Chapman & Hall/CRC: Boca Raton.
- Esqueda-Esquivel, V. y Montero-Lagunes, M. y Juárez-Lagunes, F. (2009). Efecto de métodos de control de malezas en la productividad y calidad del pasto estrella de África (*Cynodon plectostachyus* (K. Schum.) Pilg.). *Tropical and Subtropical Agroecosystems*, [en línea] 10(3), pp.393-404. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=93912996007>
- Fernández, R J;U. de Chávez, M I;Virgüez, Dimas R;García de Hernández, M (1991). Efecto de la frecuencia de corte sobre el rendimiento y valor nutritivo del pasto estrella (*Cynodon nlemfuensis*) en la unidad agroecológica 3E 144 del Valle de Aroa. *Zootecnia Tropical* (Venezuela). 9(2):165-179.
- Fernández, Lucia; Guerra, C.W; De Calzadilla, J; Lin. N.U. (2017). Desarrollo de la Modelación Estadístico–Matemática en las Ciencias Agrarias. Retos y perspectivas. *Revista Investigación Operacional*. VOL 38. , No.5, 462-467.
- Ferré, J. y Rius, X. (2002). *Introducción al Diseño Estadístico de Experimentos* [en línea]. Universitat Rovira. Disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4323240> [Consulta: 18 octubre 2018].

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Figueroa, G. (2003). *Optimización de una superficie de respuesta utilizando JMP /N*. Hermosillo: Memoria, semana XVII/XIII de investigación Universidad de Sonora.
- Fisher, R. (1935). *The Design of Experiments*. Edimburgo: Oliver and Boyd.
- Fortes, D. (2012). *Comportamiento morfofisiológico de Pennisetum purpureum Cuba CT-115 utilizado como banco de biomasa*. Tesis de Doctorado. La Habana, Cuba, UNAH.
- Funes, F. (1977). *Introducción y evaluación inicial de gramíneas en Cuba*. Tesis de Doctorado. La Habana, Cuba, ICA.
- Funes, F. (2000). *Utilización de los pastos en Cuba. Realidades y perspectivas*. La Habana, Cuba: Taller 35 Aniversario del ICA.
- Gálvez, G., Jordan, H., Crespo, G., Castillo, E., Cino, D., Febles, G., García, R., Trujillo, R., Molina, A., Reyes, J., Senra, S., Febles, J., Cuesta, S. y Alonzo, C. (1996). Estudio de Sistemas de Pastoreo y su influencia de sistemas en la relación suelo-planta-animal. En: *X Seminario Científico del INCA*. Cuba: INCA.
- GeoGebra. (2019). *Geogebra* [en línea]. EEUU. Disponible en: <http://Geogebra.com> [Consulta: 21 enero 2019].
- Gómez, G. y Batista, C. (2006). Optimización de medios de cultivos para microorganismos, una valiosa estrategia para la producción de biopreparados de interés agrícola. *Cultivos Tropicales* [en línea]. 27 (3). Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=193215825002> [Consulta: 14 noviembre 2018].
- Guerra, W. C. (1980). *Relación Modelo-Diseño de tratamientos para la determinación de las dosis óptimas de fertilización N, P, K con experimentos de campo*. Tesis de Doctorado. Bulgaria, Universidad de Sofía.
- Guerra, W., Cabrera, A. y Fernández, L. (2003). Criterios para la selección de modelos estadísticos en la investigación científica. *Rev. Cubana Ciencias Agrícolas*, 3, 37.
- Guerra, W., Ruiz, A., Herrera, M., Fernández, L., (2018). La modelación Matemática Estadística en la Metodología de Superficies de Respuesta.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aplicaciones Agrícolas. Revista de Ingeniería Agrícola, Vol 3, No. 4, pp 67-73, ISBN 2306- 1545.
- Gutiérrez, H. y Vara, R. (2012). *Análisis y Diseño de Experimentos*. 3ra ed. D.F, México: McGraw-Hill. ISBN 978-607-15-0725-9.
 - Hart, R. D. (1988). *El papel de los modelos en la investigación y desarrollo*. La Habana, Cuba: Instituto de Ciencia Animal.
 - Hernández, J. A., Pérez, J. J., Bosch, I. D. y Castro, S. N. (2015). *Clasificación de los Suelos de Cuba*. Instituto Nacional de Ciencias Agrícolas e Instituto de Suelos. Mayabeque, Cuba: Ediciones INCA. p. 91. ISBN 978-959-7023-77-7.
 - Herrera, R. S. (1981). *Influencia del fertilizante nitrogenado y la edad de rebrote en la calidad del pasto bermuda cruzada (Cynodon dactylon)*. Tesis de Doctorado. La Habana, Cuba, ICA, ISCAH.
 - Herrera, R. S. (2009). Mejoramiento de Pennisetum purpureum en Cuba. *Revista Cubana de Ciencias Agrícolas*, 345, 43.
 - Herrera, R. S. y Ramos, N. (2006). *Factores que influyen en la producción de biomasa y la calidad*. San José de las Lajas, Cuba: EDICA. pp. 79-100.
 - INATEC. (2016). *Manual del Protagonista Pastos y Forrajes* [en línea]. Nicaragua. Disponible en: https://www.jica.go.jp/project/nicaragua/007/materials/ku57pq0000224spz-att/Manual_de_Pastos_y_Forrajes.pdf [Consulta: 15 octubre 2018].
 - Jay, O. (2012). *Metodología para la comparación de tratamientos en modelos de regresión no lineal aplicados a procesos biológicos*. Tesis de Doctorado. La Habana, Cuba, Instituto de Ciencia Animal. h. 100 p.
 - Kiviste, A. J., Álvarez, G., Rojo, A. y Ruíz, A. (2002). *Funciones de crecimiento de aplicación en el ámbito forestal*. Instituto de Investigaciones y Tecnología Agraria y Alimentaría. Madrid: Ministerio de Ciencia y Tecnología.
 - López, J. L. (2016). *Modelación y simulación del rendimiento del pasto estrella (C. nlemfuensis) bajo diferentes condiciones de manejo y escenarios climáticos*. Tesis de Maestría. Mayabeque, Cuba, ICA.
 - Maya M., G. y Durán C., C. y Ararat, J. (2005). Valor nutritivo del pasto estrella solo y en asociación con leucaena a diferentes edades de corte durante el año.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Acta Agronómica, [en línea] 54(4). Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=169920341006>
- Mileras, M. (1996). *Producción de leche a partir accesiones de especies del género Cynodon en Cuba. Anais do workshop sobre o potential forrageiro do genero Cynodon*. Brasil: EMBRAPA/ CNPEL. pp. 167-181.
 - MINAG 2018. Estudio sobre la competitividad de la producción lechera cubana. Ministerio de la Agricultura. Mimeo. 130pp.
 - Miranda, I., Arévalo, J. y Hidalgo, L. (2013). Metodología de superficie respuesta para evaluar estabilidad en almacén de un agente de control biológico. *Revista de Protección Vegetal*, 28 (3), 224-228.
 - Montgomery, D. (1991). *Diseño y análisis de experimentos*. 3ra ed. D.F, México: Grupo Editorial Iberoamérica.
 - Pacheco, Y. (2015). *Avances en la producción y sostenibilidad de los pastos forrajes para la producción de leche en el trópico* [en línea]. Ecuador. Disponible en: <http://www.monografias.com/trabajos43/pastos-yforrajes/> [Consulta: 15 octubre 2018].
 - Pereira, e.; lamela, I.; Ripoll, j. L. Evaluación de pastos para la producción de leche, guinea (Likoni y común) y pasto estrella cv. Tocumen.. *Pastos y Forrajes*, [S.l.], v. 13, n. 1, feb. 2012. ISSN 2078-8452. Disponible en: <<https://payfo.ihatuey.cu/index.php?journal=pasto&page=article&op=view&path%5B%5D=1292>>. Fecha de acceso: 07 martes. 2019
 - Ramos, N. E. (1983). *Contribución al estudio de especies y variedades del género Cynodon para la producción de forraje*. Tesis de Doctorado. La Habana, Cuba, Instituto Superior de Ciencias Agropecuarias de la Habana. h. 196.
 - Ramos, N., Herrera, R. S., Padilla, C., Barrientos, A. y Aguilera, J. M. (1987). *Pasto Estrella mejorado (Cynodon nlemfuensis) su establecimiento y utilización en Cuba*. La Habana, Cuba: EDICA. p. 153p.
 - Ramos, L. A. y Freyre, R. E. (1992). *Filosofía, ciencia y tecnología en la agricultura*. La Habana, Cuba: Instituto de Ciencia Animal.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Rodríguez, L. (2015). *Modelación y simulación de la producción de biomasa de Pennisetum Purpureum Schum vc. king grass y su aplicación en la alimentación animal*. Tesis de Doctorado. Mayabeque, Cuba, ICA.
- Rossetan, M. y Ludin, P. (1973). *Diccionario Filosófico*. Ciudad de la Habana. p. 498.
- Ruiz, A., Guerra, W., Morejón, Y. y Machado, M. (2017). *Metodología de Superficie de Respuesta como alternativa en la búsqueda de condiciones óptimas*. Mayabeque, Cuba: UNAH.
- Rykov, V. V., Balakrishnan, N. y Nikulin, M. S. (2010). *Mathematical and Statistical Models and Methods in Reliability*. London: Springer New York Dordrecht Heidelberg.
- Solares, G. (2010). *Reproducción bovina importancia de los pastos en la alimentación bovina* [en línea]. México. Disponible en: <http://reproduccionbovinayopalsena.blogspot.com/2010/03/importancia-delos.html> [Consulta: 15 octubre 2018].
- StatPoint Technologies Inc. (2011). *Statgraphics Centurion XVI* [DVD]. EEUU, Asuring Excellence.
- Thornley, J.H.M. y France, J. 1984. *Mathematical model in Agriculture: A quantitative approach to problems in agriculture and related sciences* Butterworth. London. 335 p.
- Thornley, J. y France, J. (2007). *Mathematical Models in Agriculture. Quantitative Methods for the Plant. Animal and Ecological sciences*. 2da ed. Cromwell Press: Trowbridge.
- Torres, V., Sampaio, I., Meyer, R., Noda, A. y Sarduy, L. (2012). Criterios de bondad de ajuste en la selección de modelos no lineales en la descripción de comportamientos biológicos. *Rev. Cubana Ciencias. Agrícolas*, 43, 113.