

UNIVERSIDAD AGRARIA DE LA HABANA

“Fructuoso Rodríguez Pérez”



**FACULTAD DE CIENCIAS TÉCNICAS
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS**



**INSTITUTO DE CIENCIA ANIMAL
GRUPO BIOMATEMÁTICA**

**Modelación matemática de la producción de biomasa de la
Moringa oleifera en diferentes condiciones de manejo.**

Tesis presentada en opción al título de Master en Biomatemática

Autora: Ing. Greicy Barbara Gasca Gort

Mayabeque, 2019

“Año 61 de la Revolución”

UNIVERSIDAD AGRARIA DE LA HABANA

“Fructuoso Rodríguez Pérez”



**FACULTAD DE CIENCIAS TÉCNICAS
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BÁSICAS**



**INSTITUTO DE CIENCIA ANIMAL
GRUPO BIOMATEMÁTICA**

**Modelación matemática de la producción de biomasa de la
Moringa oleifera en diferentes condiciones de manejo.**

Tesis presentada en opción al título de Master en Biomatemática

Autora: Ing. Greicy Barbara Gasca Gort

Tutores: Dr. C. Magaly Herrera Villafranca
Dr. C. Cesar Raimundo Padilla Corrales

Colaboradora: Dr. C. Caridad Walkiria Guerra Bustillo

Mayabeque, 2019

“Año 61 de la Revolución”

"Vivimos en un universo gobernado por leyes racionales que podemos descubrir y entender. Recuerda mirar arriba hacia las estrellas y no abajo hacia tus pies. Trata de darle sentido a lo que ves y pregúntate qué es lo que hace que el universo exista. Sé curioso. Aunque la vida pueda parecer difícil, siempre hay algo que puedes hacer para llegar al éxito, lo importante es no darse por vencido".

Stephen Hawking

Agradecimientos

A mis padres, por haberme apoyado en todo momento, por sus consejos, sus valores, por la motivación constante que me ha permitido ser una persona de bien, pero más que nada, por su amor.

A mi hermana, por su amor, apoyo y confianza.

A Tony, por su paciencia en mis mayores momentos de desánimo y estrés, por su comprensión, apoyo, paciencia y amor, dándome ánimo, fuerza y valor para seguir adelante.

A mis tutores: Magaly, agradezco su gran dedicación, sus consejos, por haber tenido la paciencia necesaria y por motivarme a seguir adelante en los momentos de desesperación, muchas gracias por ser la mejor tutora que pude tener. A mi otro tutor Padilla, gracias por toda la ayuda prestada y por el tiempo dedicado.

Al claustro de profesores, por formarme de manera profesional durante el transcurso de estos años de maestría y transmitirme sus conocimientos, experiencias y valores.

A los profes Lucía y Walkiria, por su entrega y confianza, por alentarnos y convencernos de que sí se puede, gracias por ayudarme en lo que he necesitado.

A mis compañeros de clases, quienes me acompañaron en esta trayectoria de aprendizaje y conocimientos.

A mis compañeros del CEGED, a los que están y los que se han ido, por su amistad, ejemplo y apoyo diarios, en especial a Lili, Darais,

Jorgito, Emilio, Rey, a todos en general, porque más que amigos, han sido mi familia.

A los compañeros del ICA, por hacerme parte de su colectivo de trabajo y brindarme su apoyo y conocimientos, en especial a Alejandro Ruiz, Alejandro Mejías, Lucía, Lourdes, Larduet, Stuart, Yoly, Mildrey, Saray, a todos en general, muchas gracias.

En fin quiero agradecer a cada persona que de una forma u otra ha colaborado con este logro alcanzado, a todos, muchas gracias.

Dedicatoria

A mis padres, los eslabones más fuertes que tiene mi vida.

*A mi hermana, por llenar mi vida de alegría y amor
cuando más lo he necesitado.*

*A Jesús Antonio, por haberme apoyado en todo
momento, sobre todo por su paciencia y amor
incondicional.*

SÍNTESIS

La presente investigación tuvo como objetivo modelar la producción de biomasa de la *Moringa oleifera* en diferentes condiciones de manejo (frecuencia y altura de corte) para los dos períodos estacionales (lluvioso y poco lluvioso), así como estudiar la influencia de la población de plantas en el rendimiento de materia seca de dicho cultivar. A partir de información de experimentos generados en áreas del Instituto de Ciencia Animal se encontró que el modelo Exponencial fue el de mejor ajuste del rendimiento de materia seca con el número de cortes en el tiempo, con elevados coeficientes de determinación, además de cuadrados medios y errores de estimación pequeños en todas las mediciones analizadas. Se evidenció que la población y el rendimiento decrecieron en el tiempo independiente a los tratamientos empleados y que la frecuencia de corte cada 45 días es severa para la explotación de dicha planta. Se encontró mayor estabilidad del forraje para las frecuencias de corte cada 60 días a alturas de 60 y 90 cm. Se obtuvieron además un grupo de indicadores notables para la toma de decisiones de productores e investigadores, tales como punto de inflexión, valor óptimo de cosecha, entre otros. Fue seleccionado el modelo Gompertz para estudiar el efecto de la población de plantas sobre el rendimiento, donde se apreció que altas densidades de plantas tuvieron efectos negativos sobre la producción de materia seca y que bajo estas condiciones de manejo el valor máximo del rendimiento de alcanza con cuatro plantas por metros cuadrados.

ABSTRACT

The objective of the present investigation was to model the production of *Moringa oleifera* biomass in different management conditions (cutting frequency and cutting height) for the two seasonal periods (rainy and not very rainy), as well as to study the influence of the population of plants in the dry matter yield of said crop. Based on information from experiments generated in areas of the Institute of Animal Science, it was found that the Exponential model was the best adjustment of dry matter yield with the number of cuts in time, with high coefficients of determination, in addition to small average squares and estimation errors in all the analyzed measurements. It was evidenced that the population and the yield decreased in time independently of the treatments used, and that the frequency of cutting every 45 days is severe for the exploitation of the plant. Greater forage stability was found for cutting frequencies every 60 days at heights of 60 and 90 cm. A group of notable indicators was also obtained for the decision making of producers and researchers, such as inflection point, optimum harvest value, among others. The Gompertz model was selected to study the effect of plant population on yield, where it was observed that high plant densities had negative effects on dry matter production and that under these management conditions the maximum value of yield reaches four plants per square meters.

Índice de contenidos

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	6
1.1 Introducción.....	6
1.2 Modelo. Definición	6
1.2.1 Modelo matemático.....	7
1.2.2 Clasificaciones de modelos matemáticos según su diversidad.....	8
1.3 Modelación matemática.....	8
1.3.1 Análisis de regresión.....	10
1.3.2 Criterios estadísticos para la selección de modelos	11
1.4 Funciones del crecimiento.....	12
1.4.1 Etapas del crecimiento.....	13
1.4.2 Rendimiento y producción de biomasa	14
1.4.3 Funciones matemáticas para modelar el crecimiento y desarrollo de cultivos.....	15
1.5 Aplicaciones de la modelación matemática en la producción de pastos y forrajes en Cuba.	18
1.6 El género <i>Moringa oleífera</i>	21
1.6.1 Características agronómicas.....	21
1.6.2 Riego.....	22
1.6.3 Factores que influyen en la producción de biomasa	23
1.6.4 Efecto de la época del año.....	23
1.6.5 Frecuencia y altura de corte.....	24
CAPÍTULO 2. MATERIALES Y MÉTODOS.	26
2.1 Introducción.....	26
2.2 Métodos de la investigación	26
2.3 Metodología experimental	28
2.4 Análisis estadístico – matemático.....	29

CAPÍTULO 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	33
3.1 Introducción	33
3.2 Caracterización del rendimiento de materia seca y el número de plantas para los dos períodos estacionales	33
3.3 Modelación del rendimiento de materia seca de la <i>Moringa oleifera</i> con el número de cortes en diferentes frecuencias y alturas de cortes para el período poco lluvioso	36
3.4 Modelación del rendimiento de materia seca de la <i>Moringa oleifera</i> con el número de cortes en diferentes frecuencias y alturas de corte para el período lluvioso	51
3.5 Modelación del rendimiento de materia seca de la <i>Moringa oleifera</i> con el número de plantas por metros cuadrados	52
CONCLUSIONES	58
RECOMENDACIONES	59

Listado de símbolos y abreviaturas

AC	Altura de corte
cm	Centímetros
CMe	Cuadrado medio del error
DE	Desviación estándar
EE	Error estándar de estimación
FC	Frecuencia de corte
g	Gramos
ha	Hectárea
K	Potasio
kg	Kilogramos
km	Kilómetros
LN	Latitud norte
LW	Longitud oeste
m	Metros
Max.	Máximo
Min.	Mínimo
m ²	Metros cuadrados
mm	Milímetros
msnm	Metros sobre el nivel del mar
N	Nitrógeno
Np/m ²	Número de plantas por metro cuadrado
t	Toneladas
%	Por ciento

Índice de tablas

Tabla 1. Estadígrafos por muestreos de las variable RMS y NP/m ² para los dos períodos estacionales	33
Tabla 2. Comportamiento de los componentes y rendimiento de materia seca de <i>Moringa oleifera</i> según frecuencia y altura de corte en el período poco lluvioso ..	35
Tabla 3. Comportamiento de los componentes y rendimiento de materia seca de <i>Moringa oleifera</i> según frecuencia y altura de corte en el período lluvioso	35
Tabla 4. Comportamiento de los componentes y rendimiento de materia seca de <i>Moringa oleifera</i> según frecuencia y altura de corte para todo el período.....	36
Tabla 5. Estadísticos de ajuste y estimaciones de los parámetros de los modelos del rendimiento de materia seca (RMS) con el número de muestreos para el período poco lluvioso	37
Tabla 6. Estadísticos de ajuste y estimaciones de los parámetros de los modelos del rendimiento de materia seca (RMS) con el número de cortes para frecuencia de corte cada 45 días.....	39
Tabla 7. Estadísticos de ajuste y estimaciones de los parámetros de los modelos del rendimiento de materia seca (RMS) con el número de cortes para frecuencia de corte cada 60 días.....	43
Tabla 8. Estadísticos de ajuste y estimaciones de los parámetros de los modelos del rendimiento de materia seca (RMS) con el número de cortes para frecuencia de corte de 90 días	46
Tabla 9. Estadígrafos por muestreos de la variable RMS para el período lluvioso	51
Tabla 10. Estadísticos de ajuste y estimaciones de los parámetros de los modelos del rendimiento de materia seca (RMS) con el número de plantas por metros cuadrados (NP/m ²).....	53

Índice de figuras

Figura 1. Modelo Exponencial ajustado para el período poco lluvioso.....	38
Figura 2. Modelo Exponencial ajustado y gráfico de los residuos para el RMS FC45 y AC30 para el período poco lluvioso.....	41
Figura 3. Modelo Exponencial ajustado y gráfico de los residuos para el RMS FC45 y AC60 para el período poco lluvioso.....	41
Figura 4. Modelo Exponencial ajustado y gráfico de los residuos para el RMS FC45 y AC90 para el período poco lluvioso.....	42
Figura 5. Modelo exponencial ajustado y gráfico de los residuos para el RMS FC60 y AC30 para el período poco lluvioso.....	44
Figura 6. Modelo exponencial ajustado y gráfico de los residuos para el RMS FC60 y AC60 para el período poco lluvioso.....	45
Figura 7. Modelo exponencial ajustado y gráfico de los residuos para el RMS FC60 y AC90 para el período poco lluvioso.....	45
Figura 8. Modelo exponencial ajustado y gráfico de los residuos para el RMS FC90 y AC30 para el período poco lluvioso.....	47
Figura 9. Modelo exponencial ajustado y gráfico de los residuos para el RMS FC90 y AC60 para el período poco lluvioso.....	48
Figura 10. Modelo exponencial ajustado y gráfico de los residuos para el RMS FC60 y AC90 para el período poco lluvioso.....	48
Figura 11. Modelo de Gompertz ajustado y gráfico de los residuos para el rendimiento de materia seca (RMS) con el número de plantas por metros cuadrados (NP/m ²).....	54

INTRODUCCIÓN

Los pastos y forrajes constituyen la fuente de alimentación más económica en la actividad ganadera, con el objetivo de incrementar la producción de carne y leche. Uno de los retos que enfrenta este sector es suplir la demanda de la población de manera acelerada y sostenible. En Cuba, la producción ganadera se considera fuente de progreso para el desarrollo económico, es por ello que esta actividad cobra gran importancia con la actualización del modelo económico y social y se fundamenta en la implementación del lineamiento 136 del VI Congreso del Partido Comunista de Cuba (P.C.C, 2011).

Una de las vías para la recuperación de la actividad ganadera en el país ha sido la introducción y evaluación de nuevas especies y variedades de pastos y forrajes de mayor potencial productivo para contribuir al incremento de los renglones pecuarios, con el objetivo de garantizar la protección y conservación del medio ambiente (Jarquín, 2003). Es por ello que se hace necesario el manejo adecuado de los mismos para que expresen todo su potencial de crecimiento, a fin de que se utilicen de manera eficiente.

Según Herrera (2009), un gran número de investigaciones estudian el comportamiento de los sistemas de producción de esos alimentos y su uso en la alimentación animal. Estos estudios son de especial interés para encontrar métodos cuantitativos que permitan la interpretación de los principales factores que afectan su producción Ramírez *et al.* (2008), y de esta forma desarrollar acciones que conlleven a maximizar las producciones sin alterar la sostenibilidad de los sistemas en el tiempo (Rodríguez *et al.* 2010).

Los indicadores de producción ganadera en América Latina han permanecido invariables en los últimos años, entre las principales causas se destacan la reducida cantidad y calidad de los forrajes, el persistente monocultivo de gramíneas, sequías periódicas y pérdida de las características físicas, químicas y biológicas del suelo (Izaguirre y Martínez, 2008). Todas estas actúan de manera desfavorable en dicho

sector. Una de las especies forrajeras consideradas como alternativas para la suplementación del ganado es la *Moringa oleifera*, árbol originario del sur de Asia García *et al.* (2009). El cultivo de este árbol forrajero posee muchas ventajas, entre las que destacan su reproducción por estacas o semillas y crecimiento rápido, tanto en suelos alcalinos como ácidos, alcanzando alturas de 7 a 12 metros. Ramos *et al.* (2015) refieren que el empleo de *Moringa oleifera* como forraje se debe a sus óptimas características nutricionales y a su alto rendimiento de producción de biomasa fresca; sin embargo existe poca experiencia en lo que respecta a estudios agronómicos de esta planta y sus potencialidades para la producción de forrajes.

Por otra parte, Padilla *et al.* (2017) reconocen que la moringa es una planta que tiene una alta plasticidad ecológica y se adapta bien a disímiles condiciones de clima y suelo. No obstante, los factores edafoclimáticos tienen una alta incidencia en el rendimiento y la vida útil de las explotaciones forrajeras de este cultivo. La altura y la frecuencia de corte van a incidir en la vida útil de las áreas forrajeras, así como en la calidad y volumen de la biomasa producida.

En tal sentido se hace necesario proyectar investigaciones que permitan conocer las frecuencias y alturas de cortes óptimas de la planta, así como su potencial genético y mayor persistencia de las poblaciones en el tiempo, sin comprometer el valor nutritivo de la biomasa producida. De manera que sea posible realizar inferencias aplicables a otras situaciones y que faciliten la toma de decisiones en el manejo adecuado de dicho cultivo y su uso en la alimentación animal.

La obtención de nuevos datos mediante la experimentación agronómica, además de generar resultados específicos para cada lugar en concreto en el espacio y el tiempo es un proceso costoso Jones *et al.* (2006), para conocer este fenómeno se hace necesaria la búsqueda de otras alternativas para dar respuesta a tal situación. Autores como Rodríguez *et al.* (2010) y Rodríguez (2015) proponen el uso de la modelación. Los modelos matemáticos se utilizan en diferentes ramas del conocimiento por la posibilidad de expresar matemáticamente las relaciones entre

los fenómenos (Jay, 2012). Estos resultan herramientas de amplia utilización en los últimos años para lograr los objetivos propuestos.

En el campo de la producción animal y agrícola las técnicas de modelación son herramientas que permiten estimar los parámetros de los procesos biológicos y realizar proyecciones futuras de los resultados productivos (Torres y Cobo, 2015). La correcta utilización de estas técnicas facilita tomar decisiones certeras, por lo que su empleo constituye una vía efectiva para modelar el crecimiento de diferentes cultivos y resultaría una alternativa adecuada para describir el comportamiento productivo de la *Moringa oleifera*. Sin embargo, en Cuba no se reportan estudios que refieran la modelación de la producción de biomasa de esta planta forrajera; en tal sentido se desconoce el efecto que produce la frecuencia, altura de corte y la época del año en el desarrollo de la planta.

A partir de los elementos antes expuestos se plantea el siguiente:

Problema científico

¿Cuál será la respuesta de la producción de biomasa de la *Moringa oleifera* con el efecto que produce la frecuencia, la altura de corte y la época del año?

Objeto de estudio

La producción de biomasa de la *Moringa oleifera* bajo el efecto de la frecuencia, altura de corte y la época del año.

Hipótesis

La aplicación de la modelación matemática de la producción de biomasa de la *Moringa oleifera* con el efecto de la frecuencia, altura de corte y la época del año brindará criterios sobre el potencial de producción de esta planta y permitirá diseñar estrategias de manejo para el desarrollo de este cultivo en Cuba.

Con el fin de dar solución al problema de investigación se definió como:

Objetivo general

Modelar la producción de biomasa de la *Moringa oleifera* bajo el efecto de la frecuencia, la altura de corte y la época del año.

Objetivos específicos:

- Establecer los referentes teóricos y metodológicos que sirvan de sustento para la modelación de la producción de biomasa de la *Moringa oleifera* con diferentes frecuencias y alturas de corte.
- Caracterizar la producción de biomasa de la *Moringa oleifera* bajo el efecto de la frecuencia y la altura de corte por muestreos para los dos períodos estacionales.
- Modelar el comportamiento de la producción de biomasa de la *Moringa oleifera* con el efecto de la frecuencia, la altura de corte y la época del año, que permita obtener los mejores resultados productivos.

Novedad científica

Radica en que se realiza la modelación matemática de la producción de biomasa de la *Moringa oleifera* a partir de la combinación de diferentes frecuencias y alturas de corte con el objetivo de contribuir a la toma de decisiones para el manejo adecuado de este cultivo en Cuba.

Aporte científico

Obtención de los modelos matemáticos de mejor ajuste para predecir la producción de biomasa de la *Moringa oleifera*, con el efecto de la frecuencia y altura de corte para contribuir a la utilización eficiente del cultivo.

Aporte teórico

Está sustentado sobre la base de la contribución al conocimiento acerca de la producción de biomasa de la *Moringa oleifera* mediante la aplicación de la modelación matemática, como complemento de las investigaciones realizadas en el

Instituto de Ciencia Animal en el empleo de esta planta con beneficios en la alimentación ganadera.

Aporte práctico

Los modelos matemáticos que se obtienen permiten estimar el comportamiento productivo de la *Moringa oleifera* en las condiciones de manejo estudiadas para contribuir a la eficiente utilización del cultivo y auxiliar la toma de decisiones la toma de decisiones a investigadores, profesores, estudiantes y productores.

La tesis está **estructurada** en introducción y tres capítulos, con sus respectivos epígrafes; de los cuales se ofrece un resumen del contenido abordado en cada uno de ellos:

Capítulo I. Revisión bibliográfica: Fundamentos teóricos relacionados con la modelación matemática, así como su aplicación a los pastos y forrajes en el país. Se exponen además las características agronómicas de la *Moringa oleifera*, los factores que influyen en la producción de biomasa y el comportamiento de la frecuencia y altura de corte en la misma.

Capítulo II. Materiales y métodos: Métodos teóricos, empíricos y matemáticos - estadísticos, metodología experimental empleada, análisis estadístico matemático realizado para el desarrollo de la investigación, modelos seleccionados para describir la producción de biomasa, así como las herramientas utilizadas.

Capítulo III. Resultados y discusión: Se muestran resultados de la caracterización, análisis de varianza y modelación matemática de la producción de biomasa de la *Moringa oleifera* en diferentes frecuencias y alturas de corte para los dos períodos estacionales (lluvioso y poco lluvioso).

El trabajo cuenta además con conclusiones, recomendaciones y bibliografía.

Capítulo 1. Revisión Bibliográfica

1.1 Introducción

En el presente capítulo se hace un análisis exhaustivo respecto a los referentes teóricos existentes sobre la modelación matemática y su aplicación a los pastos y forrajes en el país, estos respaldan el desarrollo teórico metodológico y permiten dar respuesta al primer objetivo específico de la investigación. Se profundiza en las características agronómicas de la Moringa (*Moringa oleifera*), objeto de estudio para su posterior modelación, así como en los factores que influyen en la producción de biomasa y el comportamiento de la frecuencia y altura de corte en la misma.

1.2 Modelo. Definición

El uso de modelos, a veces llamado “modelación”, es un instrumento muy común en el estudio de sistemas de toda índole. Según Aduriz-Bravo (2012) y Cuevas (2014), un modelo es la representación ideal de un sistema y la forma en que este opera, cuyo objetivo es analizar o predecir el comportamiento futuro. Por otra parte, para Thornley y France (2007), Rykov *et al.* (2010), Dey *et al.* (2011) y (Jay, 2012) un modelo es la representación simplificada del mundo real, en los cuales se destacan características relevantes del fenómeno en estudio, es un objeto, concepto o conjunto que se utiliza para representar y estudiar de forma simple y comprensible una porción de la realidad empírica.

Un modelo es la idealización de alguna cosa de tal forma que se simplifique algo que en su identidad real es sumamente complejo. Para construir un modelo hay que conocer de forma precisa los componentes y procesos que intervienen en el sistema, de tal forma que se pueda expresar mediante fórmulas matemáticas o ecuaciones que relacionan variables de estado, con el propósito de obtener determinada información del sistema (Hooker, 1994). En el caso de los sistemas agrarios, éstos son analizados tanto en sus aspectos estructurales como dinámicos,

mediante la interacción entre los elementos o variables que lo componen, y su variación a lo largo del tiempo (Coquillard y Hill, 1997; Whisler *et al.* 1986).

Un modelo no es ciencia ni matemática, es el arte que construye puentes entre ambas (Bowen, 1997). En general “modelo” no es más que una representación de los mecanismos que gobiernan un fenómeno natural. Son por excelencia la herramienta principal que utiliza la estadística para simbolizar problemas o situaciones de la vida. Un caso particular lo constituyen los modelos matemáticos (Rodríguez, 2015).

1.2.1 Modelo matemático

Un modelo matemático es el reflejo de un proceso o sus partes, en forma de relaciones o formulaciones algebraicas. Según Ortiz (2000), el modelo es el resultado de estas formulaciones, mientras que la metodología constituye la modelación. Por otra parte, León-Velarde y Barrera (2003), Thornley y France (2007) y Sokolowski (2010) proponen que los modelos matemáticos son ecuaciones o conjuntos de ecuaciones que representan el comportamiento de un sistema.

Según Rodríguez y Steegmann (2012) un modelo matemático es una descripción, en lenguaje matemático, de un objeto que existe en un universo no-matemático. Ejemplo de esto son las previsiones del tiempo, las cuales se basan en un modelo matemático meteorológico; así como con los pronósticos económicos, basados éstos en un modelo matemático referente a economía. La mayoría de las aplicaciones de cálculo (por ejemplo, problemas de máximos y mínimos) implican modelos matemáticos.

Para León-Velarde y Barrera (2003) los modelos matemáticos describen relaciones entre variables y parámetros y de forma general son representaciones de las características importantes de un sistema para sintetizar el conocimiento científico. Los modelos matemáticos son una herramienta de gran utilidad para predecir el comportamiento de un determinado fenómeno, así como optimizar los procesos.

Debido a la cantidad y diversidad de estos, se han realizado diferentes clasificaciones.

1.2.2 Clasificaciones de modelos matemáticos según su diversidad

En los trabajos de Ambrosano (1990), Danfaer (1990), Addiscott (1993) y Candelaria *et al.* (2011), se plantea que los modelos matemáticos son calificados como estáticos o dinámicos, y estocásticos o determinísticos. Por otra parte Krishna (2005) y Freund *et al.* (2006) los clasifica en empíricos, mecanísticos y de simulación.

Bravo (2010) refiere que los modelos estáticos no contienen el tiempo como una variable y por lo tanto, no pueden describir el comportamiento del sistema en momentos diferentes, mientras que los dinámicos si consideran el tiempo como variable y permiten simular los constantes cambios que ocurren en los procesos modelados. En los modelos estocásticos, se consideran las distribuciones de probabilidad de los procesos que intervienen en el objeto de la modelación y en los determinísticos, sólo se pueden emitir predicciones cuantitativas con valores definidos previamente.

Por otra parte García *et al.* (2009) refieren que los modelos matemáticos pueden ser lineales (si todos sus operadores son lineales) o no-lineales (si al menos un operador es no-lineal). De forma general, los modelos lineales son más fáciles de manejar que los modelos no-lineales, los cuales se pueden linealizar pero se corre el riesgo que se pierdan aspectos relevantes del problema.

Para Ortiz (2000) la metodología para la obtención de un modelo se denomina modelación matemática.

1.3 Modelación matemática

La modelación matemática es una herramienta para estimar los parámetros de los procesos biológicos. En el campo de la producción animal y agrícola, estas técnicas

han sido ampliamente utilizadas y permiten el desarrollo de la simulación y el pronóstico de los resultados productivos.

Diversos autores han emitido su definición de modelación matemática, tal es el caso de Buslenko (1988), Ambrosano (1990), Torres (1995), Wand *et al.* (1995), Brown y Rothery (1997) y Thornley y France (2007), sin embargo se considera la definición más precisa la propuesta por Buslenko (1988), donde plantea que es la descripción abstracta y formal del objeto cuyo estudio es posible por medio de modelos matemáticos.

Para Salett y Hein (1999) la modelación matemática es el proceso involucrado en la obtención de un modelo. Este proceso, desde cierto punto de vista, puede ser considerado artístico, ya que para elaborar un modelo, además del conocimiento profundo de matemáticas, el modelador debe tener una dosis significativa de intuición-creatividad para interpretar el contexto, deducir qué contenido matemático se adapta mejor y sentido lúdico para jugar con las variables involucradas. Las formulaciones, resoluciones y expresiones creadas deberán servir no sólo para una solución particular, sino también, posteriormente, como soporte para otras aplicaciones y teorías.

Menchaca (1978), Torres y Ortiz (2005), Gallardo (2008), Álvarez *et al.* (2012) y Vázquez (2012) aplicaron la modelación en el campo de las ciencias agropecuarias, sus trabajos estuvieron dirigidos a la estimación y evaluación de parámetros genéticos, productivos, reproductivos, ambientales, sociales, entre otros para su incorporación a los sistemas prácticos, como vía de apoyo en la toma de decisiones y en la predicción de escenarios futuros.

Por otra parte, Ramírez *et al.* (2008), Karadavut (2009), Vela y Vargas (2009), Timothy *et al.* (2012) y Calzada *et al.* (2014) plantearon que los recientes avances en la modelación del crecimiento y desarrollo de las plantas propician las bases para

la obtención de conocimientos sobre el manejo eficiente de los pastos y forrajes como vía para mejorar la productividad animal.

Según Domínguez (2013), la modelación matemática tiene carácter de método científico general, cuyas bases están en las conquistas de la matemática, la cibernética y el enfoque sistémico en la investigación científica. La modelación ocurre cuando se ajustan datos experimentales a un modelo, proceso que se realiza por medio del análisis de regresión.

1.3.1 Análisis de regresión

En la actualidad se observa un uso formal de los modelos estadísticos, fundamentalmente los relacionados con el análisis de regresión. En éstos se requiere de una labor eficiente en la organización y desarrollo de la investigación científica y el conocimiento que ésta genera, a lo que puede contribuir en gran medida la aplicación consecuente de estos modelos, con el apoyo de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación (Guerra *et al.* 2003).

Hair *et al.* (1995) plantean que el análisis de regresión es una técnica estadística utilizada para analizar la relación entre una sola variable dependiente y varias independientes. Di Rienzo (2011) definió que el objetivo radica en determinar la ecuación o ecuaciones que relacionan las variables del modelo y estimar el valor de sus parámetros.

Por otra parte, Burguillo (2005) y Bingham y Frees (2010) expresaron que el método de los mínimos cuadrados se encuentra entre los que más se emplean en la estimación de parámetros en la regresión lineal, mientras que en regresión no lineal, se utilizan algoritmos iterativos como el método de Levenberg-Marquardt. Sin embargo para la selección de los modelos se hace necesario la selección de criterios estadísticos, que permitan definir el mejor que se ajuste a los datos de la experimentación.

1.3.2 Criterios estadísticos para la selección de modelos

En las ciencias agropecuarias, diversos autores proponen criterios estadísticos para la selección del modelo de mejor ajuste Guerra *et al.* (2003) y Augusto (2009), sin embargo, estos pueden variar de una investigación a otra. Entre los criterios que se utilizan con mayor frecuencia en las investigaciones se encuentran: el coeficiente de determinación (R^2), coeficiente de determinación ajustado (R^2 ajust), cuadrado medio del error (CME), error estándar de la estimación (EE), significación de los parámetros del modelo y la prueba de Durbin-Watson, esta última se emplea para el análisis de los residuos.

Chacín (1998), Kiviste *et al.* (2002), Guerra *et al.* (2003), Torres *et al.* (2012) y Domínguez *et al.* (2013) propusieron diversos criterios estadísticos para la selección de modelos, entre los que se encuentran:

- Coeficiente de determinación R^2 : declara que proporción de la variación de la variable dependiente es explicada por las variables predictoras.
- Coeficiente de determinación ajustado (R^2 aj): es una corrección o ajuste del coeficiente de determinación original de acuerdo a los grados de libertad del modelo.
- Cuadrado medio del error (CME): informa sobre la precisión de las estimaciones.
- Prueba de significación de los parámetros: determina la significación estadística de los parámetros del modelo.
- Error estándar de los estimadores de los parámetros: permite determinar los intervalos de confianza para los parámetros.
- Error medio en valor absoluto: da una idea de la magnitud media de los errores independientemente de su signo.
- Error estándar de la estimación: muestra la desviación normal de los residuos y puede utilizarse para la predicción de nuevas observaciones.

- Análisis gráfico de los residuos: Comportamiento de los residuos obtenidos de la diferencia entre los valores observados y los valores predichos por el modelo.
- Diferencia agregada o Sesgo: evalúa la desviación media de los residuos del modelo respecto a los valores observados. El signo del error de predicción promedio expresa si la función examinada sobrestima (-) o subestima (+) el valor de los datos analizados.

Los paquetes estadísticos como StatSoft (2003), SAS (2007), SPSS (2010), Infostat Di Rienzo *et al.* (2012) que se utilizan en la actualidad para el análisis de los datos experimentales, incorporan muchos de los criterios que fueron expuestos con anterioridad, estos ayudan en la selección del modelo de mejor ajuste. Sin embargo, existen otros criterios estadísticos que no se encuentran contenidos en estos paquetes, como el índice de concordancia o factor de corrección del sesgo propuesto por Kuei Lin (2000).

En la literatura científica no existe una postura unánime sobre cuales criterios estadísticos utilizar para seleccionar el modelo de mejor ajuste. El comportamiento de los criterios de selección dependerá en gran medida de las características de la información como puede ser el tamaño muestral o la estructura del proceso que generó los datos (García, 1996). Es por ello que en gran medida le corresponde al investigador definir cuáles son los que debe seleccionar en el análisis de su información.

1.4 Funciones del crecimiento

Dado que existe gran interés en encontrar funciones que permitan evaluar el crecimiento de las plantas empleando parámetros que tengan el máximo sentido biológico posible, la investigación sobre el análisis funcional del crecimiento es un área de activa investigación. Los modelos de crecimiento son herramientas valiosas para entender el comportamiento de sistemas complejos. Madden (1890), Ribeiro

(2005) y Thornley y France (2007) plantearon que diversos modelos se utilizan para describir el crecimiento de una parte o de toda la vida de un organismo vivo a través del tiempo.

Los modelos matemáticos aplicados al crecimiento y desarrollo de las plantas permiten estimar o predecir su comportamiento temporal en diferentes condiciones (Thornley y France, 2007). En el campo de la producción agropecuaria, Barker *et al.* (2010) y Timothy *et al.* (2012) plantearon que son de considerable aplicación en la descripción de procesos biológicos específicos del crecimiento y desarrollo de las plantas y en el estudio de las distintas etapas del mismo.

1.4.1 Etapas del crecimiento

El crecimiento se refiere a un incremento irreversible de materia seca o volumen, cambios en tamaño, masa, forma y/o número, como una función del genotipo y el complejo ambiental, dando como resultado un aumento cuantitativo del tamaño y peso de la planta (Kru, 1997). Es un proceso complejo que incluye muchos procesos como división celular, elongación, fotosíntesis, síntesis de otros compuestos, respiración, traslocación, absorción y transpiración (Gómez *et al.* 1999).

El crecimiento de una planta o animal describe una curva de tipo sigmoidea y puede expresarse a través de su peso o altura (Rodríguez , 2015). Comprender las fases de crecimiento que atraviesan los cultivos es esencial para su planificación, según Crespo y Fraga (2006) en el caso del crecimiento de las plantas se distingue tres fases o estados biológicos:

- Primera fase: Es lenta y su duración depende de la especie y del grado de intensidad con que la gramínea es desfoliada, se le denomina fase logarítmica.
- Segunda fase: El crecimiento ocurre relativamente constante y expresa la tasa de máximo crecimiento del cultivo. Su duración depende de la especie de gramínea.

- Tercera fase: Predomina la pérdida de materia seca y la mayor acumulación de tallos, inflorescencia y material muerto en el pastizal.

Barker *et al.* (2010) describieron cuatro estadíos del crecimiento de las plantas que no están en contradicción con la descripción anterior. Por otra parte, Casas *et al.* (2010), plantearon que el uso de funciones de crecimiento es mayormente empírico y de él pueden derivarse algunas características importantes del crecimiento.

Según Del Pozo (1998), el crecimiento y calidad de los pastos puede variar considerablemente de acuerdo con el manejo a que se someten, con efectos favorables o no según la especie de planta y las condiciones edafoclimáticas. Otros factores como la edad, altura de corte y fertilización mineral se encuentran entre los componentes que más determinan en las condiciones del trópico.

1.4.2 Rendimiento y producción de biomasa

La biomasa es un parámetro que caracteriza la capacidad de los ecosistemas para acumular materia orgánica a lo largo del tiempo (Eamus *et al.* 2000). Es un factor importante para cuantificar la cantidad de nutrientes en diferentes partes de las plantas y estratos de la vegetación, permite comparar distintos tipos de especies o vegetación o comparar especies y tipo de vegetación similares en diferentes sitios. Geraldine *et al.* (1997) refieren que la producción de biomasa depende de factores inter e intraespecíficos de competencia, densidad de siembra y condiciones climáticas.

Existen dos métodos comúnmente usados para estimar la biomasa: el método directo y el indirecto. Dentro del primero está el destructivo, que consiste en cortar el árbol y determinar la biomasa pesando directamente cada componente (Araujo *et al.* 1999). Dentro de los indirectos se utilizan métodos de cubicación del árbol donde se suman los volúmenes de madera, se toman muestras de ésta y se pesan en el laboratorio para calcular los factores de conversión de volumen a peso seco, es decir, la gravedad o densidad específica (Segura, 2006).

Otra forma de estimar la biomasa es mediante ecuaciones o modelos basados en análisis de regresión, que utilizan variables colectadas en el campo. Este método no es destructivo y es extrapolable a situaciones de crecimiento similares (Francis, 2000). Los modelos de biomasa han aumentado en los últimos años, y posiblemente sean los más desarrollados para árboles individuales. Estas ecuaciones facilitan la toma de decisiones y permiten la estimación de biomasa a gran escala.

Por otra parte, el rendimiento de un cultivo viene dado por la capacidad de acumular biomasa como materia fresca y seca en los órganos que se destinan a la cosecha y un incremento proporcional de la biomasa destinada a estos órganos garantiza un incremento del rendimiento. De esta manera la distribución de materia seca entre los diferentes órganos de la planta tiene un papel fundamental en la producción de un cultivo (Challa *et al.* 1995). La distribución de materia seca entre los diferentes órganos de una planta es el resultado final de un conjunto ordenado de procesos metabólicos y de transporte que gobiernan el flujo de asimilados a través de un sistema fuente/sumidero. Las actividades involucradas en este proceso no son estáticas y pueden cambiar diariamente y a lo largo del período de desarrollo de la planta (Patrick, 1988).

La producción final de biomasa de un cultivo resultará de la eficiencia con que este haya utilizado la radiación solar y el tiempo durante el cual esta eficiencia se haya mantenido por lo que se le debe prestar la mayor atención. Los modelos para el cálculo de la biomasa de árboles están influenciados por los cambios en la estructura, como consecuencia del manejo, presencia de plagas y enfermedades, condiciones climáticas, de suelo o incluso factores genéticos.

1.4.3 Funciones matemáticas para modelar el crecimiento y desarrollo de cultivos

Las funciones matemáticas se utilizan en la ciencia animal y vegetal para cuantificar las relaciones entre el funcionamiento de un organismo, órgano o tejido y el tiempo.

Con frecuencia resulta conveniente y económico emplear, hasta donde sea posible, un método de representación conceptual del proceso, por lo que se establecen relaciones matemáticas hasta encontrar las que representen de forma satisfactoria aquellos atributos del proceso que se desean estudiar.

La determinación de la edad de cosecha y regímenes de manejo óptimos son algunas de las decisiones más importantes que enfrentan productores e investigadores al planificar el proceso de producción primario. Los modelos de crecimiento y rendimiento son herramientas que facilitan la toma de decisiones por al menos tres razones: 1) Permiten predecir el rendimiento y consecuentemente optimizar la cosecha, 2) Permiten evaluar regímenes o tratamientos de manejo alternativos y 3) Pueden usarse como una herramienta para controlar rendimientos. Así, sin la ayuda de estas herramientas, es difícil desarrollar planes de manejo adecuados para los cultivos (Valdez, 2000).

Los modelos matemáticos aplicados al crecimiento y desarrollo de las plantas permiten estimar o predecir su comportamiento temporal en diferentes condiciones (Thornley y France, 2007). Los modelos Gompertz, Logístico, Richards, Bertalanffy y Brody son las funciones de crecimiento más frecuentemente utilizadas para describir el crecimiento y desarrollo de plantas, animales y órganos. Estos modelos presentan tres parámetros con interpretación biológica y uno definido como constante matemática. Por otra parte Thornley y France (2007) y Noguera *et al.* (2008) definieron otras funciones que modelan el crecimiento, entre las que se encuentran las de tipo Exponencial, Monomolecular, Chanter, Schumacher, entre otras.

Nobre *et al.* (2003) y Casas *et al.* (2010) plantearon que las funciones de Gompertz y Logística son las de uso más frecuente en el análisis del crecimiento de animales y plantas. El modelo Logístico puede expresar adecuadamente el crecimiento o desarrollo en función del tiempo, se caracteriza por tener forma sigmoideal, un punto de inflexión y dos asíntotas, una superior y otra inferior. El modelo Exponencial es

válido para crecimientos o decrecimientos continuos en los que las condiciones son siempre favorables. El modelo Monomolecular puede ser aplicado en agronomía, medicina y veterinaria, entre otras áreas (Calvo *et al.* 1994).

Autores como Domínguez *et al.* (2013) evaluaron el análisis del crecimiento en animales. Sin embargo Ruíz *et al.* (2012) plantearon que los trabajos relacionados con el crecimiento de las plantas son limitados a pesar de la importancia de la modelación del crecimiento y desarrollo de los cultivos, en especial de los pastos y forrajes.

Domínguez *et al.* (2013) y Casas *et al.* (2010) plantearon que las funciones para modelar el crecimiento y la producción de biomasa, pueden ofrecer parámetros de interés matemático y biológico tales como: Asíntota horizontal que es el valor que toma la variable en estudio cuando el tiempo (edad) tiende a infinito (parámetro A). Punto de inflexión (PI): punto donde cambia la concavidad de la función, coincide con la tasa de crecimiento máxima.

Para la estimación del rendimiento Montero *et al.* (2005), Ortiz (2008), Segura *et al.* (2006) y Fonseca *et al.* (2009) proponen además un conjunto de ecuaciones alométricas para la estimación de biomasa de diferentes tipos de árboles y arbustos. Las ecuaciones son generadas a partir de los análisis de regresión, donde se estudian las relaciones entre la masa de los árboles y sus datos dimensionales (Rügnitz *et al.* 2009).

El empleo de las funciones matemáticas en la modelación de la producción de biomasa de la *Moringa oleífera*, resultaría de interés para describir, estimar y predecir el comportamiento de esta planta bajo diferentes condiciones de manejo; esto sería de un apoyo esencial para la toma de decisiones en el sector agropecuario.

1.5 Aplicaciones de la modelación matemática en la producción de pastos y forrajes en Cuba.

El crecimiento y desarrollo de los pastos y forrajes puede ser descrito por medio de funciones matemáticas que predicen el desempeño de la altura y la producción de biomasa. Estas funciones permiten realizar evaluaciones acerca del nivel de producción en las empresas ganaderas y clasificar de forma sencilla la productividad de una especie específica en una zona determinada (Martínez, 2007).

También permiten calcular los valores máximos y los crecimientos medio y corriente. Con estas funciones se puede además, determinar las edades de corte que permiten obtener el máximo beneficio económico. Proveen también de información que admite realizar programaciones de alimentación y de capacidad de carga, asimismo permiten medir cambios genéticos de una generación a otra, relacionados con el nivel de producción (Agudelo *et al.* 2008). Los modelos Logístico y de Gompertz se encuentran entre las funciones matemáticas que más se han usado con este objetivo. Además de otras, como las lineales y polinómicas (Thornley y France, 2007).

La modelación matemática y la simulación por computadora son herramientas de mucha utilidad en los diferentes campos del saber humano. En la actualidad, la modelación es un instrumento muy común en el estudio de sistemas y el desarrollo acelerado de las técnicas de computación han permitido este desarrollo. Desde la década de los 80 se ha venido utilizando la modelación por algunos investigadores cubanos con el objetivo de describir el crecimiento de cultivares (Torres y Ortiz, 2005).

Los modelos matemáticos aplicados al crecimiento de las plantas permiten estimar o predecir su comportamiento temporal en diferentes condiciones (Thornley y France, 2007). Para su correcta utilización se deben tener en cuenta tres aspectos fundamentales: a) bondad del ajuste de los datos, b) capacidad de interpretación biológica, c) exigencias computacionales (Chacín, 1998). En la actualidad, este

último no constituye una limitación, debido al desarrollo alcanzado por las ciencias computacionales.

Las aplicaciones de la modelación en Cuba tuvieron sus inicios en los trabajos de Del Pozo y Herrera (1995), Del Pozo (1998) y Torres *et al.* (1999) en pasto estrella (*C.nlemfuensis*). Estos autores encontraron relaciones polinómicas entre las variables, sin embargo, en estos modelos los parámetros no tienen interpretación biológica. Posteriormente se modeló y simuló el comportamiento productivo del pasto estrella (*C.nlemfuensis*) bajo diferentes frecuencias de corte, niveles de fertilización y condiciones climatológicas adversas para el desarrollo de este cultivo. El modelo Gompertz utilizado ajustó los datos con coeficientes de determinación que estuvieron alrededor del 99 % para los períodos lluvioso y poco lluvioso.

Ortiz (2000), realizó la modelación y simulación del reciclaje de los nutrientes N, P y K en el sistema suelo, planta, animal. Posteriormente Torres y Ortiz (2005) presentaron un trabajo resumen con las aplicaciones de la modelación y simulación en el proceso de producción y alimentación de animales de granjas. Propusieron que cada país o región debe diseñar y desarrollar sus propios modelos ajustados a sus condiciones de modo que se puedan convertir en una herramienta útil para tomar decisiones, siempre que se utilicen los criterios estadísticos que garanticen la confiabilidad de los modelos propuestos.

Por otra parte Del Pozo y Cossio (2006) utilizaron modelos matemáticos para predecir el crecimiento y rendimiento de la especie *Bougainvillea campanulata Heimerl* bajo condiciones de monte natural en Puerto Margarita, dónde determinaron que los modelos logístico y cuadrático eran los más adecuados para la predicción del rendimiento de la especie.

Más adelante García *et al.* (2009), estudiaron la dinámica de crecimiento de Mombaza (*P.Maximum*). Otros autores tales como Díaz (2007), Martínez *et al.* (2010), Rodríguez *et al.* (2011), Fortes (2012) y Rodríguez *et al.* (2013), estudiaron

la dinámica de acumulación de biomasa del kinggrass (*P. purpureum*) y de algunos de sus clones con el empleo de modelos no lineales, sin embargo en su generalidad solo se abordó el tema orientado a la bondad de ajuste del modelo y no a la interpretación biológica de los resultados.

Ramírez (2010), en cultivares de *Brachiaria*, *Panicum* y *Pennisetum* y Ruíz *et al.* (2012) en variedades de *Tithonia diversifolia* evaluaron diferentes modelos y encontraron ajustes lineales para las variables en estudio.

Para la producción de forrajes, en gramíneas rastreras y de porte bajo, Del Pozo (1998) analizó el crecimiento del pasto estrella (*C. nlemfuensis*) en condiciones de corte y pastoreo, con y sin adición de fertilizante nitrogenado. En esta misma variedad, Torres *et al.* (1999) estimaron un modelo para describir el crecimiento en condiciones de pastoreo, pero en función del tiempo de reposo. Estos autores recomendaron estudios similares en otras especies tropicales con hábito de crecimiento rastrero o erecto. Posteriormente (López, 2016) modeló y simuló el rendimiento de este mismo cultivo bajo diferentes condiciones de manejo y escenarios climáticos.

(Rodríguez, 2015) modeló y simuló la producción de biomasa de *Pennisetum Purpureum Schum* vc. *king grass* bajo diferentes condiciones de manejo y encontró que la mayor estabilidad del forraje con los años de explotación se encontró en la edades de corte de 80 a 120 días.

En tal sentido se aprecia que son escasos los trabajos relacionados con el tema de la modelación de la producción de pastos y forrajes en el país y aunque existen modelos especializados que se puedan utilizar como elemento de partida, es necesario desarrollar modelos adaptados a nuestras condiciones que puedan servir como herramienta útil en la toma de decisiones.

Las consideraciones anteriores son de gran importancia en la presente investigación cuya finalidad será la modelación de la producción de biomasa de la

Moringa oleifera bajo diferentes condiciones de manejo para predecir el potencial de producción que se puede alcanzar con esta planta forrajera. A continuación, se expondrá una breve caracterización de esta especie.

1.6 El género *Moringa oleifera*

La *Moringa oleifera* es un árbol originario del sur del Himalaya, Nordeste de la India, Bangladesh, Afganistán y Pakistán. Se encuentra diseminado en una gran parte del planeta. En América Central fue introducido en el año 1920 como planta ornamental y para cercas vivas, se encuentra en áreas desde el nivel del mar hasta los 1800 metros. Se puede reproducir por estacas o semillas Padilla *et al.* (2014). Es utilizada a nivel mundial principalmente como una hortaliza perenne. Se está revelando como un recurso de primer orden y con un bajo costo de producción por hectárea (Pérez, 2012).

Esta planta reporta innumerables beneficios, frutos nutritivos y sus hojas no dejan de ser producidas en períodos donde fallan otros cultivos con lo que genera alimento vegetal que sustituye alimento en escases de otros. Sus beneficios no se limitan a la alimentación ya que tiene también una gran cantidad de propiedades curativas, se está revelando como un recurso de primer orden y bajo costo de producción para prevenir la desnutrición y múltiples patologías asociadas a carencias de vitaminas y elementos esenciales en la dieta (Martin, 2007).

En Cuba existen pocos estudios que sustenten alguna tecnología de producción de este cultivo para su explotación a nivel comercial y así aprovechar los beneficios que aporta en la alimentación humana.

1.6.1 Características agronómicas

El árbol alcanza de 7 a 12 m de altura y de 20 a 40 cm de diámetro, con una copa abierta, tipo paraguas, fuste generalmente recto. Las hojas son compuestas y están dispuestas en grupos de folíolos con 5 pares de estos acomodados sobre el pecíolo principal y un folíolo en la parte terminal. En los folíolos tenemos láminas foliares

ovaladas de 200 mm, 5 de área foliar organizadas frontalmente entre ellas en grupos de 5 a 6. Las hojas compuestas son alternas tripinadas con una longitud total de 30 a 70 cm (Foid *et al.* 1998). Es un arbusto grande y frondoso que rara vez sobrepasa los 10 m de altura, la corteza es blanquecina y el tronco generalmente espeso e irregular tamaño y forma, la corona es pequeña y densa (López, 2014).

La importancia del uso de esta planta como forraje se debe a sus buenas características nutricionales y a su alto rendimiento de producción de biomasa fresca. Se trata de un árbol perenne pero poco longevo, que a lo sumo puede vivir 20 años, aunque se han obtenido variedades en la India que son anuales. Es una especie de muy rápido crecimiento. Aporta una elevada cantidad de nutrientes al suelo, además de protegerlo de factores externos como la erosión, la desecación y las altas temperaturas (Jyothi *et al.* 1990; Morton, 1991).

1.6.2 Riego

La moringa necesita al menos 700 mm de agua anuales, aunque hay reportes de lugares del Pacífico de Nicaragua donde con 300mm crece de manera óptima. Se ha observado, además, un buen comportamiento en lugares con precipitaciones anuales de 2000 mm. Las plántulas son susceptibles a la sequía, una vez establecidos, los árboles jóvenes y en etapa de poste son muy resistentes y capaces de sobrevivir a las sequías, aunque cuando éstas son prolongadas las plantas pueden perder las hojas. Una respuesta similar a la defoliación se produce por el exceso de humedad, inclusive en suelos con buen drenaje interno y superficial.

En Cuba, cuando las siembras se realizan durante el período poco lluvioso, es una práctica común la aplicación de 200 m³ de agua con frecuencia de 2 a 3 días durante el primer mes después de realizada la siembra. Esta frecuencia de aplicación puede variar en dependencia del tipo de suelo, siendo menor en suelos pesados con alta retención de humedad y mayor en suelos ligeros (Reyes *et al.* 2006).

Los árboles de moringa no necesitan mucho riego, lo que hace que sean especialmente adecuados para lugares de clima árido. En condiciones muy secas, regar regularmente durante los dos primeros meses y después sólo cuando el árbol esté obviamente, en stress hídrico. Si la lluvia es continua durante todo el año, los árboles de Moringa tendrán un rendimiento casi continuo. En condiciones de aridez, la floración puede ser inducida a través del riego (Padilla *et al.* 2017)

En resumen, la moringa es una planta que no necesita de mucho riego para su desarrollo y es muy adaptable a diferentes tipos de suelos. Por otra parte, cuando se le aplica exceso de agua tiene comportamiento similar a cuando se somete a seguías intensas, Además, es una planta que aporta nutrientes al suelo y de ahí la importancia de incluirla en los planes de siembra por las bondades que posee.

1.6.3 Factores que influyen en la producción de biomasa

Estudios previos establecen que la cantidad de biomasa producida por los árboles forrajeros está en función de la densidad de plantación, el arreglo, las especies, la frecuencia y altura a la que se regule el corte Ramos *et al.* (2015). La remoción total o parcial del follaje también puede influir en el tiempo de recuperación (Reyes *et al.* 2006).

El clima, edad de cosecha, características del suelo, el riego, entre otros, se encuentran entre los factores que influyen en la producción de biomasa y calidad por lo que cualquier trabajo enfocado a la modelación del rendimiento, debe considerar los factores anteriores y sus interacciones (Ramos, 1983).

1.6.3.1 Efecto de la época del año

Ramos *et al.* (1995) y Herrera y Ramos (2006) plantearon que la existencia de dos estaciones climáticas en Cuba, condiciona que se presente marcado desbalance estacional. Estas son: a) Período poco lluvioso: desde noviembre hasta abril, caracterizado por presentar bajas temperaturas, días de corta duración e intensidad

lumínica y bajas precipitaciones y b) Período lluvioso: se extiende desde mayo hasta octubre y se caracteriza por sus altas temperaturas, días largos con alta intensidad lumínica y elevadas precipitaciones.

En general, los valores más bajos de proteína responden al efecto de dilución característico de la época de lluvia para la mayoría de las gramíneas Ramírez (2010), ya que en esta época se reduce la cantidad de hojas, que son los órganos de mayor calidad nutricional.

1.6.3.2 Frecuencia y altura de corte

Según del Pozo (1998), el crecimiento y calidad de los pastos puede variar considerablemente de acuerdo con el manejo a que se someten, con efectos favorables o no según la especie de planta y las condiciones edafoclimáticas. Otros factores como la edad, altura de corte y fertilización mineral se encuentran entre los componentes que más determinan en las condiciones del trópico.

La frecuencia con la que se corta el forraje de *Moringa oleifera* es un factor que afecta el comportamiento de la planta Reyes *et al.* (2006) y Bamishaiye *et al.* (2011), reflejando variación en la producción de biomasa, tal como lo demuestra el experimento realizado por Reyes *et al.* (2006), en el que se evaluaron etapas para cosechar forraje de 45, 60 y 75 días de rebrote. Tanto el rendimiento como la calidad nutricional de los forrajes, se ven afectados por una serie de factores internos y externos. Dentro de los internos se encuentra la especie o cultivar utilizado y la edad fisiológica, entre otros. Con respecto a los externos, se puede mencionar el clima, las características físico-químicas del suelo, la edad de corte, la fertilización y otros factores de manejo (Bernal, 1991; Buxton y Fales, 1994 y Sheaffer *et al.* 1998).

Dentro de los factores de manejo, la altura sobre la superficie del suelo a la que se cosecha la planta, afecta el rendimiento y también podría ejercer un efecto sobre la calidad (Neylon y Kung, 2003). Esto adquiere sentido cuando se toma en consideración que en los últimos años se ha desarrollado un interés particular en

cosechar las plantas a una altura mayor de lo acostumbrado, con la finalidad de que se mejore la calidad del forraje para ofrecer a los animales (Wu y Roth, 2005).

Los estudios indican que el corte de establecimiento debe efectuarse a los 5 ó 6 meses después de la siembra y después realizar los cortes cada 45 días en la época de lluvia y cada 60 días en la época de seca, a una altura de 20 cm del suelo. Según Reyes (2006) cortes frecuentes y el empleo de bajas alturas de corte en siembras con altas densidades de población, producen un efecto negativo en la capacidad de rebrote y producción de forrajes de las plantas, debido a que disminuye el grosor del tallo (5-10 mm) y se afecta el rebrote.

A modo de resumen de este capítulo, se plantea que la modelación matemática aplicada a la producción de pastos y forrajes constituye una herramienta útil para poder predecir el comportamiento de los mismos en condiciones específicas. El uso de modelos de regresión lineal y no lineal cobra importancia gracias a su capacidad para la explicación de procesos biológicos y resulta importante para la toma de decisiones de investigadores, productores y empresas pecuarias, así como para desarrollar una agricultura eficiente.

Debido a sus múltiples beneficios, es de interés de productores y directivos de Cuba, así como de otras regiones tropicales, incentivar el uso de *Moringa oleifera* como alimento animal y suplemento humano. No obstante, existe poca experiencia en lo que respecta a estudios agronómicos de esta planta y sus potencialidades para la producción de forrajes. Por otra parte, aunque la modelación matemática resultaría una alternativa adecuada para describir el comportamiento productivo de la moringa, en la actualidad son escasos los estudios que refieren al uso de estas técnicas aplicadas a la producción de biomasa de este cultivo tanto en Cuba como en el resto del mundo.

CAPÍTULO 2. MATERIALES Y MÉTODOS.

2.1 Introducción

La descripción del crecimiento de una planta, o de un cultivo, a lo largo de su ciclo de vida o de producción, así como la evaluación de tratamientos capaces de modificar la producción de biomasa del mismo, requieren indicadores objetivos que puedan ser validados estadísticamente. Las técnicas de análisis del crecimiento y la producción de biomasa son herramientas útiles para estos fines.

Dado que existe gran interés en encontrar funciones que permitan evaluar el desarrollo de las plantas empleando parámetros que tengan el máximo sentido biológico posible, la investigación sobre el análisis funcional del rendimiento es un área de activa investigación. Por otra parte, la obtención de expresiones matemáticas puede ser de mucha ayuda para explicar y predecir el comportamiento de los pastos y forrajes ante determinados factores, estudios que son limitados en el área geográfica (Benedetto y Tognetti, 2016).

Una vez realizada una profunda revisión bibliográfica respecto a los referentes teóricos existentes sobre la modelación de pastos y forrajes, así como los principales aspectos relacionados con la *Moringa oleifera*, es posible definir los métodos y herramientas a utilizar en la investigación. Para ello el presente capítulo recoge los siguientes aspectos: los métodos teóricos, empíricos y matemáticos - estadísticos, la metodología experimental empleada, el análisis estadístico matemático realizado para el desarrollo de la investigación, los modelos seleccionados para describir la producción de biomasa, así como las herramientas utilizadas para el procesamiento y análisis de la información.

2.2 Métodos de la investigación

Para el desarrollo de la investigación se tuvieron en cuenta los siguientes métodos de la investigación:

Métodos teóricos:

- Histórico-Lógico: Permitió conocer la evolución y desarrollo de la modelación y simulación matemática, aplicadas al sector agropecuario y en particular al análisis del rendimiento de los pastos y forrajes en Cuba.
- Análisis y síntesis: Se utilizó con el objetivo de separar el objeto de la investigación en cada una de sus partes y descubrir sus interrelaciones, para así resumir sus elementos principales. Además permitió realizar un análisis de la información obtenida en las fuentes bibliográficas, así como la elaboración final de la investigación.
- Inductivo-deductivo: Permitió hacer un análisis de los conceptos teóricos expuestos por diferentes autores, relacionados con la modelación y simulación, donde se establece la relación entre lo singular, particular y general. Se utilizó además, en la discusión y análisis de los resultados de la investigación y para establecer criterios inferenciales.
- Enfoque de sistema: Se utilizó para modelar el objeto (producción de biomasa de la *Moringa oleifera*) mediante la determinación de sus componentes (frecuencia, altura de corte y época del año) así como sus relaciones entre ellos, con el fin de determinar el comportamiento de la producción de biomasa.

Métodos empíricos:

- Análisis documental: Para la fundamentación teórica y el análisis de la influencia de las variables frecuencia y altura de corte en el rendimiento de biomasa de la *Moringa oleifera*.
- Criterio de expertos: Con el objetivo de validar la propuesta de investigación a través del criterio de expertos, sus conocimientos, investigaciones, experiencia, estudios bibliográficos, entre otros.

Métodos matemáticos-estadísticos:

- Estadística descriptiva: Se utilizó para caracterizar los datos obtenidos en la experimentación.
- Estadística inferencial: Permitió hacer inferencias sobre el comportamiento de la producción de biomasa de la *Moringa oleifera* basadas en la información contenida en experimentos desarrollados en esta especie. Las inferencias se realizarán mediante el Análisis de Varianza, según diseño de parcela dividida con cuatro bloques, para proponer la combinación de frecuencia y altura de corte más importante en el estudio, y la modelación a partir de la selección del modelo de mejor ajuste a criterios estadísticos. La información obtenida se presentará en tablas y figuras para lograr una mejor comprensión de la investigación.

2.3 Metodología experimental

Se utilizó la información proveniente de investigaciones desarrolladas en la estación experimental “Miguel Sistach Naya” perteneciente al Departamento de Pastos y Forrajes del Instituto de Ciencia Animal, ubicada en el municipio de San José de las Lajas, actual provincia de Mayabeque, Cuba, entre los 22° 55′ LN y los 82° 02′ LW, a 92 msnm. El suelo del área experimental es Ferralítico rojo según la clasificación de Hernández *et al.* (1999).

El período experimental abarcó desde abril 2015 hasta junio de 2016 e incluyó los períodos climáticos lluvioso y poco lluvioso, que se extienden en Cuba de mayo-octubre y de noviembre-abril, respectivamente. Se utilizó la *Moringa oleifera* vc Criolla de Cuba.

Antes de sembrar se realizó una preparación convencional de suelo consistente en aradura y grada con pases alternos de grada media. La siembra se realizó de forma manual a chorrillo depositando la semilla en el fondo del surco y cubriéndola con una capa de suelo de 1.0 cm. La distancia entre hileras fue de 70 cm para una población esperada de 20 plantas por metro lineal. Se realizó una fertilización a

razón de 0.6 t fórmula 13-9-17 en el momento de la siembra y 100 kg de N por cada corte. Se aplicó riego (200 m³/ha) cada tres días durante el primer mes después de la siembra y posteriormente cada nueve días (300 m³/ha) en el período poco lluvioso. Se utilizó un diseño de parcelas divididas con cuatro bloques, donde la parcela principal fue la frecuencia de corte y la subparcela, la altura de corte. La unidad experimental consistió en una parcela de 6x6 metros. Los tratamientos efectuados consistieron en:

1. Cortar a 45 días a 30cm de altura.
2. Cortar a 45 días a 60 cm de altura.
3. Cortar a 45 días a 90 cm de altura.
4. Cortar a 60 días a 30cm de altura.
5. Cortar a 60 días a 60cm de altura.
6. Cortar a 60 días a 90cm de altura.
7. Cortar a 90 días y a 30cm altura.
8. Cortar a 90 días a 60cm de altura.
9. Cortar a 90 días a 90cm de altura.

Las parcelas experimentales se mantuvieron limpias hasta su establecimiento y se mantuvieron limpiezas de escarpe durante la fase experimental para mantener la pureza de las variedades evaluadas. Se realizó el corte de establecimiento a los 150 días y se fijaron las plantas a alturas de 30, 60 y 90 cm. Las observaciones se iniciaron luego del mismo y se continuaron dependiendo de la frecuencia de corte (45, 60 y 90 días). En el año de estudio se evaluó la producción de biomasa, así como los componentes del rendimiento para los dos períodos estacionales.

2.4 Análisis estadístico – matemático

Se conformó una matriz de datos con la información correspondiente a la producción de biomasa de la *Moringa oleifera* en los dos períodos estacionales, para el ploteo de los datos se organizó la misma en bases de datos de Microsoft Excel 2013.

Se analizó el comportamiento del rendimiento de materia seca (RMS) y el número de plantas por metros cuadrados (NP/m²) por cada corte y se realizó un análisis exploratorio para conocer el comportamiento de las variables en estudio para el desarrollo de la investigación. En la caracterización de estas variables se aplicaron medidas de tendencia central y dispersión (media, desviación estándar, máximo y mínimo). Se realizó análisis de varianzas según el diseño de parcelas divididas para conocer si había interacción entre los factores a estudiar. Se consideró la frecuencia de corte como efecto de parcela principal y como sub-parcela se tomó la altura de corte. Se empleó la dócima de Duncan (1955) para la comparación de las medias en los casos necesarios.

Se establecieron relaciones entre el rendimiento de materia seca (RMS) y el número de cortes, con el objetivo de analizar el comportamiento de la producción de biomasa de acuerdo a la frecuencia y la altura de cortes en los diferentes muestreos y la persistencia de la población en el tiempo.

Además se buscaron las relaciones entre el RMS y el número de plantas por metros cuadrados (NP/m²) para los mejores tratamientos con la finalidad de medir la relación de la población de plantas en el rendimiento y conocer bajo esas condiciones en qué momento se alcanza la mayor producción de materia seca de acuerdo al número de plantas. Para la modelación, la información se organizó por frecuencias, alturas de cortes y fechas de cortes. Los cortes se agruparon por épocas del año para cada una de las combinaciones.

Se emplearon modelos de regresión lineal y no lineal simple cuyas expresiones son las siguientes:

➤ **Modelos de regresión lineal:**

Lineal

$$y = a + bx$$

Polinomial de 2do orden

$$y = a + bx + cx^2$$

➤ **Modelos de regresión no lineal:**

Exponencial

$$y = ae^{bx}$$

Gompertz

$$y = ae^{-be^{-cx}}$$

Donde:

y: variable dependiente que representa el RMS.

x: variable independiente que representa las fechas de cortes y el NP/m²

a, b, c: parámetros de los modelos.

Para validar la bondad de ajuste de los modelos se utilizaron criterios estadísticos propuestos por Kiviste *et al.* (2002), Guerra *et al.* (2003), y Torres *et al.* (2012). Estos criterios fueron:

- Significación estadística del modelo
- Significación estadística de los parámetros del modelo
- Coeficiente de determinación R² y R² ajustado por los grados de libertad
- Cuadrado medio del error residual (CMR)
- Error estándar de estimación (EE)
- Error estándar de los estimadores de los parámetros

Para el análisis del cumplimiento de los supuestos de los errores experimentales, se estandarizaron los residuos para ajustarlos a la distribución Normal con media 0 y varianza 1, aquí se incluye el cumplimiento del supuesto de varianza homogénea mediante la aplicación de la dócima de Shapiro-Wilks (1965). Se realizó el análisis gráfico de los residuos mediante el gráfico de valores observados y predichos, con el fin de conocer el comportamiento de la distribución de los mismos. Para verificar la independencia de los errores, se utilizó la dócima de Durbin-Watson.

Se utilizaron los criterios matemáticos de la primera y segunda derivada para la existencia de extremos en funciones de variables reales. Para estimar el máximo valor del rendimiento se calculó el límite en el infinito de la expresión del modelo. Se determinó el punto de inflexión para conocer el número de plantas con el que se obtuvo el mayor valor de velocidad de crecimiento del rendimiento de materia seca.

Para el procesamiento de la información y el ajuste de los modelos se utilizaron los paquetes estadísticos InfoStat Di Rienzo *et al.* (2012) y Statgraphics Plus (Anon, 1995).

CAPÍTULO 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 Introducción

En el presente capítulo se muestran resultados de la caracterización, análisis de varianza y modelación matemática de la producción de biomasa de la *Moringa oleifera* en diferentes frecuencias y alturas de corte para los dos períodos estacionales (lluvioso y poco lluvioso). Se muestra además, la selección de los modelos de mejor ajuste para describir el rendimiento de materia seca, así como la evaluación del mejor comportamiento productivo y las condiciones de manejo óptimas para este cultivar en cada estación climática.

3.2 Caracterización del rendimiento de materia seca y el número de plantas para los dos períodos estacionales

En la tabla 1 se muestran los resultados de la caracterización de las variables RMS y NP/m² por muestreos para los dos períodos estacionales. Se observó que para ambas variables se produjo un decrecimiento del promedio. Estos resultados pueden estar dados por las condiciones de manejo y otras causas que influyeron durante el experimento.

Tabla 1. Estadígrafos por muestreos de las variable RMS y NP/m² para los dos períodos estacionales

Variabes	Muestreos	Media	D.E.	Mín.	Máx.
RMS	1,00	2,18	0,30	1,61	2,75
	2,00	1,34	0,58	0,69	2,80
	3,00	0,73	0,43	0,38	1,89
	4,00	0,60	0,48	0,02	1,49
	5,00	0,13	0,11	0,03	0,43
NP/m ²	1,00	7,41	0,89	5,60	8,70
	2,00	5,35	1,05	3,50	7,00
	3,00	4,13	1,05	3,00	6,40
	4,00	3,61	0,95	2,20	5,20
	5,00	1,97	0,49	1,10	2,80

Fuente: Elaboración propia

La variable RMS alcanzó el mayor valor de la media en el primer muestreo con 2,18 tha^{-1} , y el menor valor en el quinto muestreo con 0,13 tha^{-1} . Se presentó mayor variabilidad en el segundo, tercer y cuarto muestreo con una desviación estándar de 0,58, 0,43 y 0,48 respectivamente. Para la variable NP/m² el mayor valor de la media se alcanza en el primer muestreo con ocho plantas aproximadamente y el menor valor en el quinto muestreo con aproximadamente tres plantas. Se observó además una mayor variabilidad, ya que la desviación estándar oscila entre 0,49 y 1,05.

Los bajos rendimientos logrados en el estudio, así como la reducción de la población de plantas en el tiempo, pudieran estar vinculados a los ataques severos de plagas y enfermedades que aparecieron con cierta frecuencia. Entre estos se destacó el ataque de la bibijagua (*Atta insularis*), especie muy abundante en los suelos ferralíticos de la región occidental de Cuba y que produjo severas defoliaciones de las plantas.

Padilla *et al.* (2018) refieren que el ataque de escolítidos (*Coleoptera: Scolytidae*) en los nuevos rebrotes, secundados por la infección de microorganismos patógenos (*Fusarium sp.* y *Colletotrichum sp.*) provocaron la muerte de las plantas. Resultados similares obtuvieron Valdés *et al.* (2014) donde refieren que dichas plagas también resultaron ser altamente dañinas para los cultivos de moringa en diversas regiones de México. También influyó en este comportamiento la invasión de arvenses y los daños producidos por los cortes realizados, todo esto incidió negativamente en la vida útil de las áreas de forraje.

El Análisis de Varianza para el rendimiento de materia seca por tratamientos indicó que para el período poco lluvioso hubo interacción significativa entre los factores frecuencia y altura de corte ($p < 0,05$) y se obtuvieron los mayores valores del rendimiento de materia seca para las combinaciones de frecuencia de corte cada 60 días a una altura de 90 cm (tabla 2).

Tabla 2. Comportamiento de los componentes y rendimiento de materia seca de *Moringa oleifera* según frecuencia y altura de corte en el período poco lluvioso

Variable	AC FC	30	60	90	Sign. EE
	45	1,01bcd	0,93cd	1,06bc	P=0,0031 ±0,05
RMS tha ⁻¹	60	0,95cd	1,19ab	1,28a	
	90	0,89cd	0,64e	0,85d	

Fuente: Elaboración propia

Para el período lluvioso no hubo interacción significativa entre los factores frecuencia y altura de corte (tabla 3), por lo que se analizaron los factores por separado. Al analizar la frecuencia de corte se evidenciaron diferencias significativas ($p<0,05$) y se observa que se obtienen los mejores resultados de producción de biomasa en la frecuencia de corte cada 60 días. Cuando se analiza la repuesta de la *Moringa* a la altura de corte se evidenciaron diferencias significativas ($p<0,05$) y se obtuvieron los mejores resultados productivos para la altura de 90 cm. Resultados similares fueron obtenidos al evaluar el período poco lluvioso.

Tabla 3. Comportamiento de los componentes y rendimiento de materia seca de *Moringa oleifera* según frecuencia y altura de corte en el período lluvioso

Variable	Efectos				Sign. EE
RMS tha ⁻¹	FC	45	60	90	
		0,78b	0,92a	0,97ab	P=0,0369 ±0,06
	AC	30	60	90	P<0,0001 ±0,06
		0,64b	1,00a	1,04a	

Fuente: Elaboración propia

Al analizar los datos de la investigación para los dos períodos estacionales se obtiene interacción significativa entre los factores frecuencia y altura de corte ($p<0,05$) y se reportan los mejores resultados del rendimiento de materia seca para

las combinaciones de frecuencia de corte cada 60 días a una altura de 90 cm (tabla 4).

Tabla 4. Comportamiento de los componentes y rendimiento de materia seca de *Moringa oleifera* según frecuencia y altura de corte para todo el período

Variable	AC FC	30	60	90	Sign. EE
	45	0,84c	0,86c	1,05ab	P=0,0261 ±0,07
RMS tha ⁻¹	60	0,82c	1,15a	1,19a	
	90	0,83c	0,84c	0,92bc	

Fuente: Elaboración propia

Para facilitar la discusión de la modelación, se indican para cada estación climática los resultados durante el período de investigación.

3.3 Modelación del rendimiento de materia seca de la *Moringa oleifera* con el número de cortes en diferentes frecuencias y alturas de cortes para el período poco lluvioso

En un primer análisis se estudia el comportamiento para todo el período, y posteriormente se analiza cada combinación de frecuencia y altura de corte, para ver el comportamiento del rendimiento en cada tratamiento realizado.

En la tabla 4 se presentan criterios estadísticos de los modelos utilizados en el período poco lluvioso para la variable RMS, con el propósito de realizar la selección de los de mejor bondad de ajuste. Los modelos explicaron aproximadamente un 94% de variabilidad entre el RMS y los muestreos en el tiempo para este período. El CME y EE fueron pequeños lo cual repercutió en los elevados valores de significación de los modelos y sus parámetros.

Tabla 5. Estadísticos de ajuste y estimaciones de los parámetros de los modelos del rendimiento de materia seca (RMS) con el número de muestreos para el período poco lluvioso

Modelos \ Criterios	R ² (%)	R ² ajust (%)	CME	EE	D.W.	Sign. modelo	Parámetros		
							a	b	c
Lineal	92,4	92,3	0,06	0,25	1,48 P=0,0030	P<0,001	2,63 ±0,05 P<0,0001	-0,51 ±0,01 P<0,0001	
Cuadrático	94,1	94,0	0,05	0,22	1,81 P=0,1648	P<0,001	3,07 ±0,09 P<0,0001	-0,99 ±0,09 P<0,0001	0,08 ±0,02 P<0,0001
Exponencial	94,0	93,9	0,04	0,20	1,79	P<0,001	3,74 ±0,22 P<0,0001	-0,55 ±0,03 P<0,0001	
Gompertz	94,0	93,9	0,05	0,22	1,80	P<0,001	18,40 ±36,4 P=0,6731	1,78 ±0,17 P=0,4276	-0,18 ±0,10 P=0,2275

Fuente: Elaboración propia

Los modelos evaluados en todos los casos resultaron estadísticamente significativos, con valores de $p < 0,001$. Al analizar la significación de los parámetros, se apreció que el modelo Lineal, el Cuadrático y el Exponencial presentaron parámetros estadísticamente significativos, no así el modelo de Gompertz.

En cuanto a la bondad de ajuste de los modelos, los modelos Cuadrático, Exponencial y de Gompertz presentaron los mayores coeficientes de determinación R^2 , sin embargo, se selecciona el modelo Exponencial como modelo de mejor ajuste, pues desde el punto de vista biológico logró explicar el comportamiento de los datos de la investigación. El mismo para las combinaciones evaluadas presentó elevados valores de R^2 (94%), así como CME (0,04) y EE (0,20) pequeños. Con respecto al supuesto de incorrelación, no se observan problemas de incumplimiento, pues el estadístico Durbin-Watson resultó mayor que 1,4 en todos los casos (Anon, 1995). Cabe señalar que los resultados estadísticos del modelo seleccionado mostraron mayor precisión en las estimaciones de sus parámetros.

En la figura 1 se muestra el gráfico del modelo Exponencial para el período poco lluvioso. Se observa un decrecimiento brusco de los valores del RMS con el incremento de los cortes en el tiempo. El mayor valor del rendimiento en este

período se obtiene en el primer muestreo con $2,75 \text{ tha}^{-1}$ y el menor valor en el quinto corte con $0,03 \text{ tha}^{-1}$.

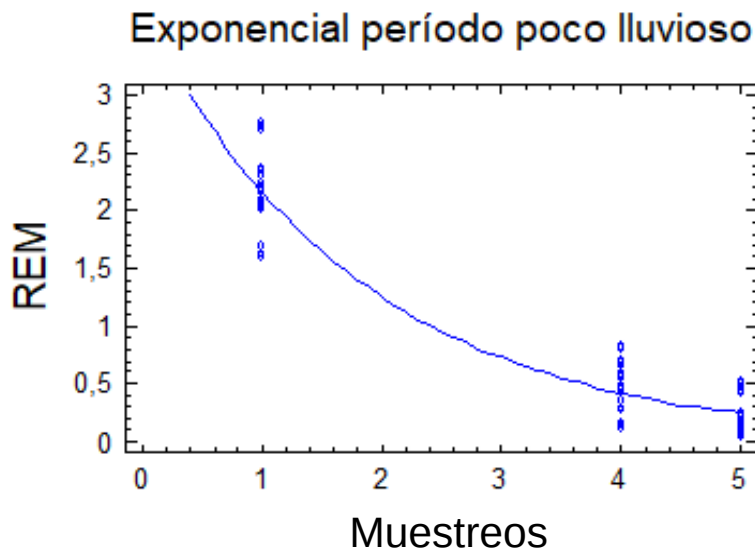


Figura 1. Modelo Exponencial ajustado para el período poco lluvioso

En las tablas 3, 4 y 5 se presentan los criterios estadísticos de los modelos utilizados en el período poco lluvioso, para las combinaciones de frecuencias y alturas de corte de acuerdo a los cortes en el tiempo. Los modelos explicaron alta variabilidad entre el RMS y los cortes, con valores superiores al 95% en este período, para cada frecuencia de corte (45, 60 y 90). El CME y EE fueron pequeños lo cual repercutió en los elevados valores de significación de los modelos y sus parámetros.

Tabla 6. Estadísticos de ajuste y estimaciones de los parámetros de los modelos del rendimiento de materia seca (RMS) con el número de cortes para frecuencia de corte cada 45 días

FC	AC	Criterios Modelos	R ² (%)	R ² ajust (%)	CME	EE	D.W.	Sign. modelo	Parámetros		
									a	b	c
45	30	Lineal	97,7	97,4	0,04	0,20	0,73 P=0,0010	P<0,0001	3,36 ±0,13 P<0,0001	-0,70 ±0,03 P<0,0001	
		Cuadrático	99,9	99,9	0,001	0,03	0,98 P=0,2356	P<0,0001	4,06 ±0,04 P<0,0001	-1,47 ±0,04 P<0,0001	0,13 ±0,01 P<0,0001
		Exponencial	99,9	99,9	0,001	0,02	1,83	P<0,0001	5,89 ±0,22 P<0,0001	-0,77 ±0,03 P<0,0001	
		Gompertz	99,9	99,8	0,002	0,05	0,89	P<0,0001	4,85 ±36,4 P=0,0019	0,34 ±0,17 P=0,0774	-0,52 ±0,10 P=0,0007
	60	Lineal	99,6	99,5	0,005	0,07	0,79 P=0,0019	P<0,0001	2,83 ±0,05 P<0,0001	-0,57 ±0,01 P<0,0001	
		Cuadrático	99,9	99,8	0,003	0,02	0,92 P=0,1835	P<0,0001	3,07 ±0,02 P<0,0001	-0,83 ±0,02 P<0,0001	0,05 ±0,003 P<0,0001
		Exponencial	99,9	99,8	0,001	0,03	1,92	P<0,0001	3,83 ±0,12 P<0,0001	-0,57 ±0,02 P<0,0001	
		Gompertz	99,9	99,9	0,001	0,03	0,65	P<0,0001	2,30 ±1,83 P<0,0001	0,001 ±0,19 P=0,0031	-1,75 ±33,0 P<0,0001
	90	Lineal	97,8	97,6	0,02	0,13	0,84 P=0,0034	P<0,0001	2,50 ±0,04 P<0,0001	-0,46 ±0,01 P<0,0001	
		Cuadrático	99,8	99,7	0,002	0,02	2,37 P=0,0784	P<0,0001	2,72 ±0,02 P<0,0001	-0,70 ±0,02 P<0,0001	0,04 ±0,003 P<0,0001
		Exponencial	98,5	98,4	0,01	0,10	1,58	P<0,0001	2,28 ±0,08 P<0,0001	-0,47 ±0,01 P<0,0001	
		Gompertz	99,9	99,9	0,004	0,02	0,98	P<0,0001	2,06 ±0,01 P<0,0001	0,007 ±0,002 P=0,0013	-1,70 ±0,09 P<0,0001

Fuente: Elaboración propia

Para la combinación de frecuencia de corte cada 45 días con alturas de corte de 30, 60 y 90 cm, los modelos evaluados en todos los casos resultaron estadísticamente significativos, con valores de $p<0,001$. Al analizar la significación de los parámetros,

se apreció que el modelo Lineal, el Cuadrático y el Exponencial presentaron parámetros estadísticamente significativos, no así el modelo de Gompertz para la combinación de 45 días con 30 cm de altura, ya que el parámetro “b” fue no significativo y por tanto desde el punto de vista biológico no puede interpretar el comportamiento del RMS.

Por otra parte el modelo Cuadrático también presentó elevado coeficiente de determinación, pero sus parámetros carecen de interpretación biológica para los resultados obtenidos. Rodríguez (2015) refiere que en la selección de modelos, además de los criterios estadísticos de comparación se debe tener en cuenta aquellos procesos fisiológicos que se relacionan con cada una de las etapas del crecimiento y desarrollo de la planta.

En tal sentido, se seleccionó el modelo Exponencial como modelo de mejor ajuste, ya que desde el punto de vista biológico estima de forma adecuada el comportamiento de los datos de la investigación. El mismo para las combinaciones evaluadas presentó elevados valores de R^2 , así como CME y EE pequeños. Con respecto al supuesto de incorrelación, no se observan problemas de incumplimiento, pues el estadístico Durbin-Watson resultó mayor que 1,4 en todos los casos.

En las figuras 1, 2 y 3 se muestran los gráficos del modelo seleccionado y los residuos para la frecuencia de corte de 45 días y alturas de cortes de 30, 60 y 90 cm respectivamente para el período poco lluvioso. Se aprecia que en todos los casos, existen pocas desviaciones de los puntos respecto de la diagonal principal lo que confirma la hipótesis de normalidad de los residuos.

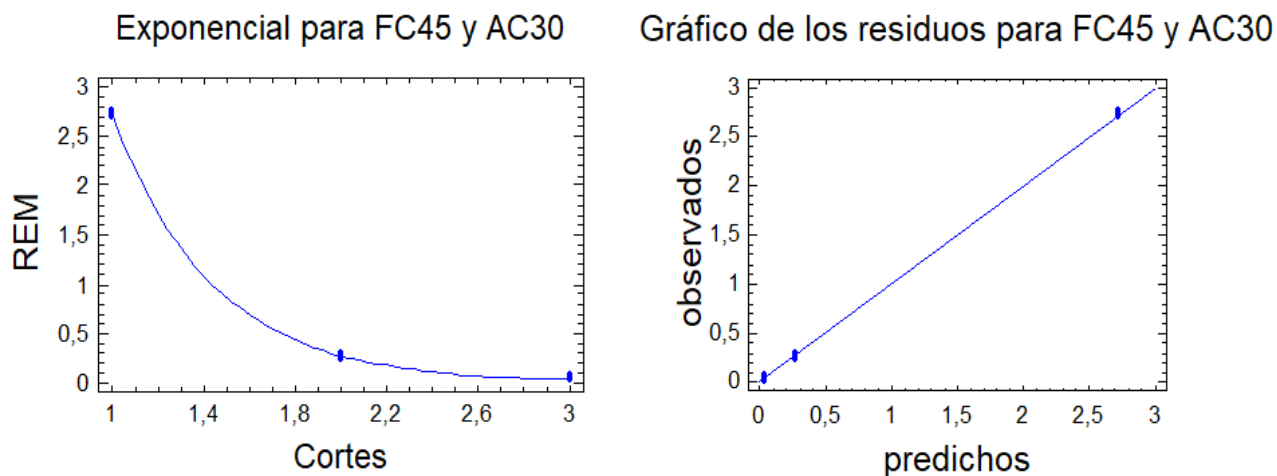


Figura 2. Modelo Exponencial ajustado y gráfico de los residuos para el RMS FC45 y AC30 para el período poco lluvioso

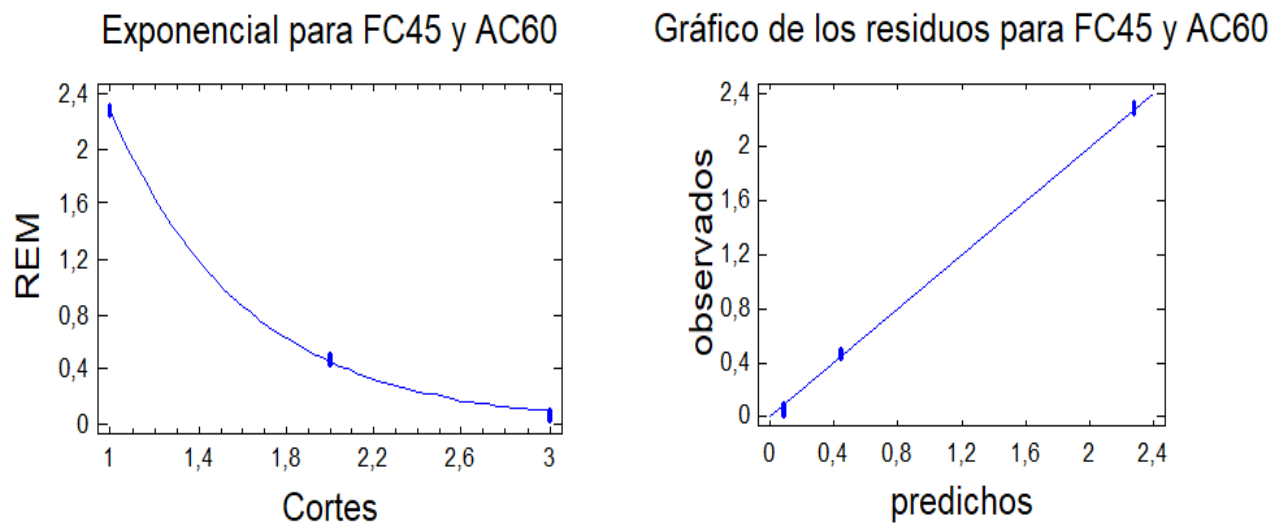


Figura 3. Modelo Exponencial ajustado y gráfico de los residuos para el RMS FC45 y AC60 para el período poco lluvioso

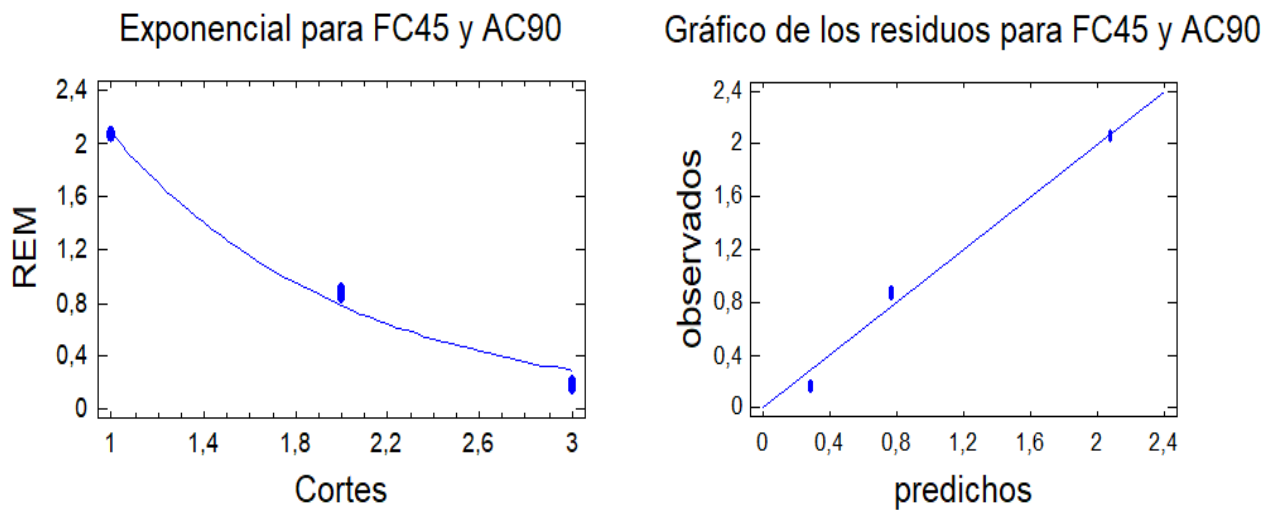


Figura 4. Modelo Exponencial ajustado y gráfico de los residuos para el RMS FC45 y AC90 para el período poco lluvioso

A modo de resumen para el análisis de esta frecuencia de corte, se aprecia que en todos los casos se selecciona el modelo Exponencial como modelo de mejor ajuste, el mismo explica para cada caso una variabilidad superior al 98%. Se observó en todos los casos un decrecimiento brusco de los valores del RMS con el incremento de los cortes en el tiempo, además de que para la altura de corte de 90 cm disminuye el valor de R^2 , lo que indica un aumento en la variabilidad de los datos. El mayor decrecimiento se observa en la altura de corte de 30 cm, donde los valores del rendimiento disminuyen de $2,75 \text{ tha}^{-1}$ a $0,03 \text{ tha}^{-1}$ del primer al tercer corte.

Tabla 7. Estadísticos de ajuste y estimaciones de los parámetros de los modelos del rendimiento de materia seca (RMS) con el número de cortes para frecuencia de corte cada 60 días

FC	AC	Criterios Modelos	R ² (%)	R ² ajust (%)	CME	EE	D.W.	Sign. modelo	Parámetros		
									a	b	c
60	30	Lineal	99,7	99,7	0,003	0,05	1,03 P=0,0008	P<0,0001	2,68 ±0,08 P<0,0001	-0,52 ±0,02 P<0,0001	
		Cuadrático	99,9	99,8	0,001	0,02	1,33 P=0,2338	P<0,0001	2,67 ±0,15 P<0,0001	-0,50 ±0,14 P<0,0001	-0,003 ±0,02 P=0,0009
		Exponencial	99,9	99,9	0,001	0,01	1,97	P<0,0001	3,91 ±0,10 P<0,0001	-0,59 ±0,01 P<0,0001	
		Gompertz	98,2	97,8	0,02	0,14	1,21	P<0,0001	2,43 ±0,26 P<0,0001	0,01 ±0,04 P=0,3545	-1,20 ±1,17 P=0,0061
	60	Lineal	96,1	95,7	0,02	0,14	0,83 P=0,0007	P<0,0001	2,68 ±0,28 P<0,0001	-0,43 ±0,07 P<0,0001	
		Cuadrático	99,9	99,9	0,001	0,01	2,12 P=0,0012	P<0,0001	1,16 ±0,07 P<0,0001	1,25 ±0,07 P<0,0001	-0,29 ±0,01 P<0,0001
		Exponencial	99,9	99,9	0,0001	0,01	1,92	P<0,0001	2,80 ±0,02 P=0,0001	-0,32 ±0,004 P=0,0032	
		Gompertz	99,3	99,2	0,006	0,08	1,36	P<0,0001	2,15 ±0,04 P<0,0001	0,0002 ±0,0001 P=0,0539	-0,82 ±0,15 P<0,0001
	90	Lineal	95,8	95,4	0,05	0,22	0,70 P=0,0008	P<0,0001	3,16 ±0,14 P<0,0001	0,57 ±0,04 P<0,0001	
		Cuadrático	99,8	99,7	0,005	0,02	0,49 P=0,0492	P<0,0001	2,29 ±0,03 P<0,0001	0,28 ±0,03 P<0,0001	0,15 ±0,005 P<0,0001
		Exponencial	99,7	99,6	0,001	0,02	1,98	P<0,0001	3,34 ±0,02 P<0,0001	-0,40 ±0,001 P=0,0001	
		Gompertz	99,9	99,9	0,001	0,02	1,05	P<0,0001	2,56 ±0,02 P<0,0001	0,004 ±0,001 P=0,3651	-1,35 ±0,06 P<0,0001

Fuente: Elaboración propia

Para la combinación de frecuencia de corte cada 60 días con alturas de corte de 30, 60 y 90 cm, los modelos evaluados en todos los casos resultaron estadísticamente significativos, con valores de $p<0,001$. Los resultados fueron similares al análisis anterior, se apreció que el modelo Lineal, el Cuadrático y el Exponencial

presentaron parámetros estadísticamente significativos, no así el modelo de Gompertz. En cuanto a la bondad de ajuste de los modelos, los modelos Cuadrático, Exponencial y de Gompertz presentaron los mayores coeficientes de determinación R^2 , sin embargo, se selecciona el modelo Exponencial como modelo de mejor ajuste, ya que es el que mejor explica desde el punto de vista biológico el comportamiento de la variable respuesta

Se observó que para las combinaciones evaluadas este modelo presentó elevados valores de R^2 , así como CME y EE pequeños. Con respecto al supuesto de incorrelación, no se observan serios problemas de incumplimiento, pues el estadístico Durbin-Watson se encontró dentro de los valores adecuados reportados por la literatura científica.

En las figuras 4, 5 y 6, se muestran los resultados de los valores reales y los estimados por el modelo Exponencial, así como el gráfico de los residuos para la frecuencia de corte cada 60 días con alturas de corte de 30, 60 y 90 cm respectivamente para el período poco lluvioso. Se aprecia que en todos los casos, existen pocas desviaciones de los puntos respecto de la diagonal principal lo que confirma la hipótesis de normalidad de los residuos.

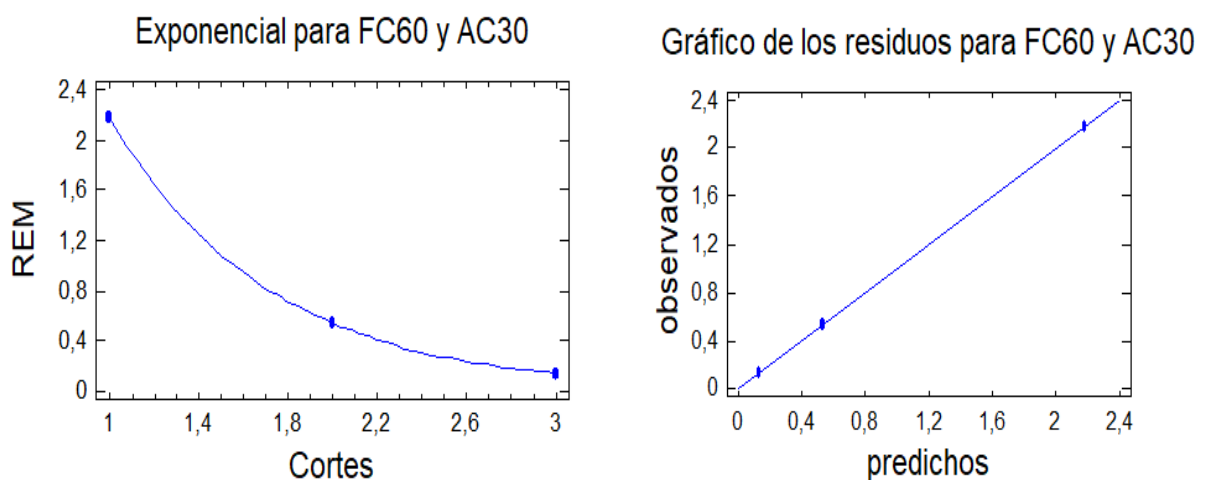


Figura 5. Modelo exponencial ajustado y gráfico de los residuos para el RMS FC60 y AC30 para el período poco lluvioso

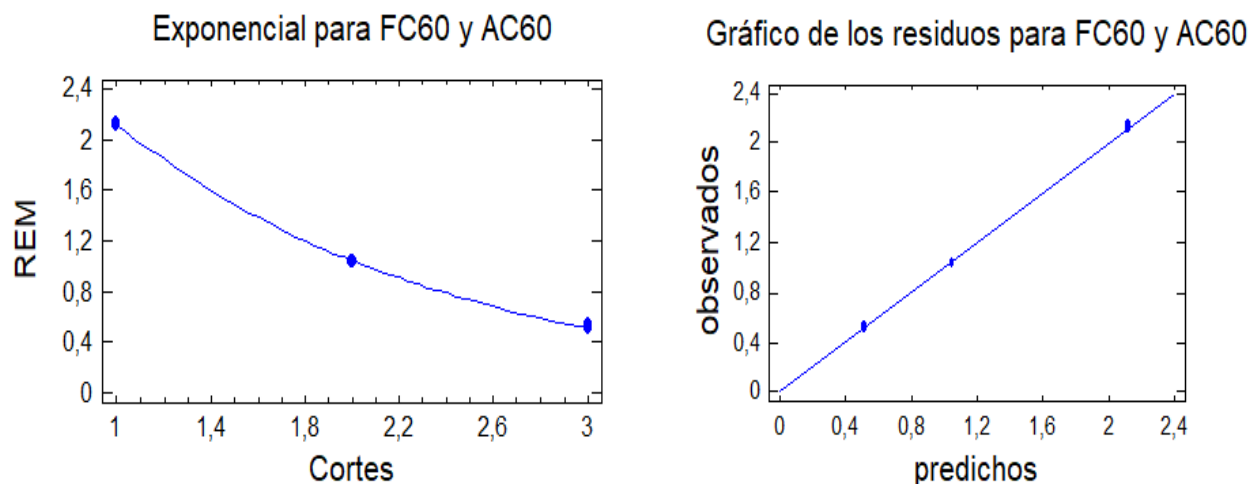


Figura 6. Modelo exponencial ajustado y gráfico de los residuos para el RMS FC60 y AC60 para el período poco lluvioso

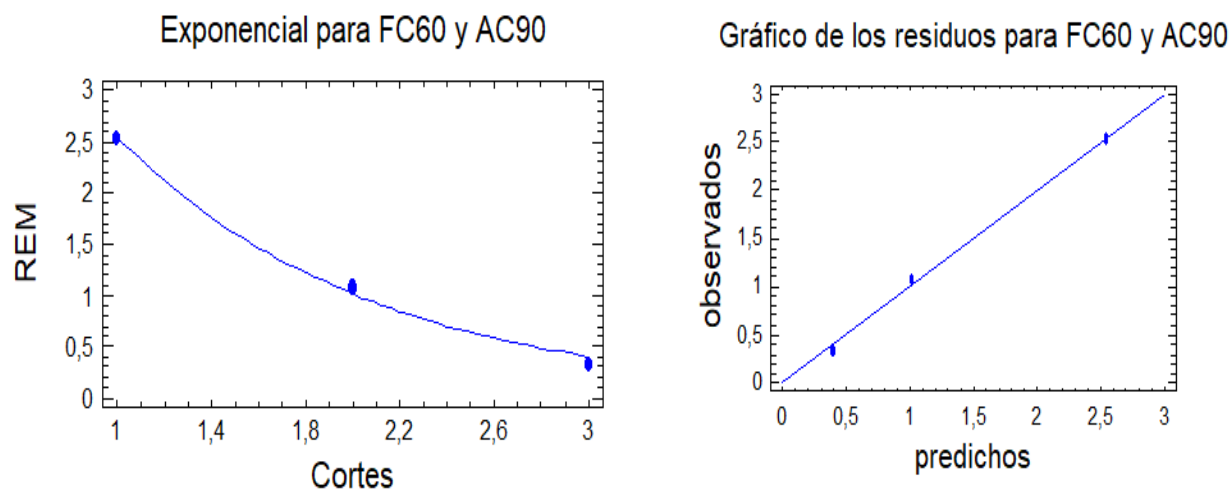


Figura 7. Modelo exponencial ajustado y gráfico de los residuos para el RMS FC60 y AC90 para el período poco lluvioso

A modo de resumen para el análisis de esta frecuencia de corte, se aprecia que en todos los casos se selecciona el modelo Exponencial como modelo de mejor ajuste, el mismo explica para todos los casos una variabilidad superior al 99%. Se observó en todos los casos un decrecimiento de los valores del RMS con el incremento de

los cortes en el tiempo. Se evidenció que para esta frecuencia de corte el decrecimiento entre los cortes fue menor. El mayor decrecimiento se observa cuando se corta a 30 cm de altura, donde los valores del rendimiento disminuyen de 2,19 tha^{-1} a 0,11 tha^{-1} del primer al segundo corte.

Tabla 8. Estadísticos de ajuste y estimaciones de los parámetros de los modelos del rendimiento de materia seca (RMS) con el número de cortes para frecuencia de corte de 90 días

FC	AC	Modelos	R ² (%)	R ² ajust (%)	CME	EE	D.W.	Sign. modelo	Parámetros		
									a	b	c
90	30	Lineal	83,2	81,5	0,20	0,45	1,30 P=0,0421	P<0,001	2,74 ±0,29 P<0,0001	-0,54 ±0,08 P<0,0001	
		Cuadrático	96,4	95,5	0,05	0,22	2,50 P=0,0483	P<0,001	4,14 ±0,28 P<0,0001	-2,09 ±0,28 P<0,0001	0,27 ±0,05 P=0,0003
		Exponencial	99,9	99,9	0,001	0,02	1,99	P<0,0001	3,50 ±0,05 P<0,0001	-0,52 ±0,01 P<0,0001	
		Gompertz	91,0	89,0	0,12	0,35	1,26	P<0,0001	5,29 ±66,9 P=0,9868	0,52 ±10,3 P=0,9335	-0,47 ±4,45 P=0,9138
	60	Lineal	93,7	93,1	0,05	0,22	1,11 P=0,0160	P<0,0001	2,18 ±0,14 P<0,0001	-0,46 ±0,04 P<0,0001	
		Cuadrático	98,5	98,1	0,01	0,11	3,23 P=0,0004	P<0,0001	2,85 ±0,15 P<0,0001	-1,20 ±0,14 P<0,0001	0,13 ±0,02 P=0,0005
		Exponencial	99,9	99,8	0,001	0,02	1,73	P<0,0001	3,70 ±0,11 P<0,0001	-0,81 ±0,03 P<0,0001	
		Gompertz	97,2	97,8	0,02	0,12	2,63	P<0,0001	2,38 ±18,9 P<0,9549	0,13 ±4,83 P=0,8650	-0,77 ±8,89 P=0,7973
	90	Lineal	91,2	91,3	0,09	0,30	1,02 P=0,0095	P<0,0001	2,50 ±0,19 P<0,0001	0,51 ±0,05 P<0,0001	
		Cuadrático	97,9	97,4	0,02	0,15	2,27 P=0,1146	P<0,0001	3,41 ±0,20 P<0,0001	-1,52 ±0,19 P<0,0001	0,17 ±0,03 P=0,0005
		Exponencial	99,9	99,9	0,001	0,02	1,91	P<0,0001	6,18 ±0,09 P<0,0001	-0,97 ±0,07 P<0,0001	
		Gompertz	96,7	95,9	0,04	0,19	1,53	P<0,0001	2,40 ±57,02 P=0,9783	0,05 ±11,71 P=0,9020	-0,99 ±54,57 P=0,8673

Fuente: Elaboración propia

Para la combinación de frecuencia de corte cada 90 días con alturas de corte de 30, 60 y 90 cm, los modelos evaluados en todos los casos resultaron estadísticamente significativos, con valores de $p < 0,001$. Los resultados fueron similares a los análisis anteriores, se apreció que el modelo Lineal, el Cuadrático y el Exponencial presentaron parámetros estadísticamente significativos, no así el modelo de Gompertz. En cuanto a la bondad de ajuste de los modelos, los modelos Cuadrático, Exponencial y de Gompertz presentaron los mayores coeficientes de determinación R^2 , sin embargo, se selecciona el modelo Exponencial. El mismo para las combinaciones evaluadas presentó elevados valores de R^2 , así como CME y EE pequeños. Con respecto al supuesto de incorrelación, no se observan serios problemas de incumplimiento, pues el estadístico Durbin-Watson resultó mayor que 1,4 en todos los casos.

En las figuras 4, 5 y 6, se muestran los gráficos del modelo seleccionado y los residuos para la frecuencia de corte de 90 días y alturas de cortes de 30, 60 y 90 cm respectivamente para período poco lluvioso. Se aprecia que en todos los casos, existen pocas desviaciones de los puntos respecto de la diagonal principal lo que confirma la hipótesis de normalidad de los residuos.

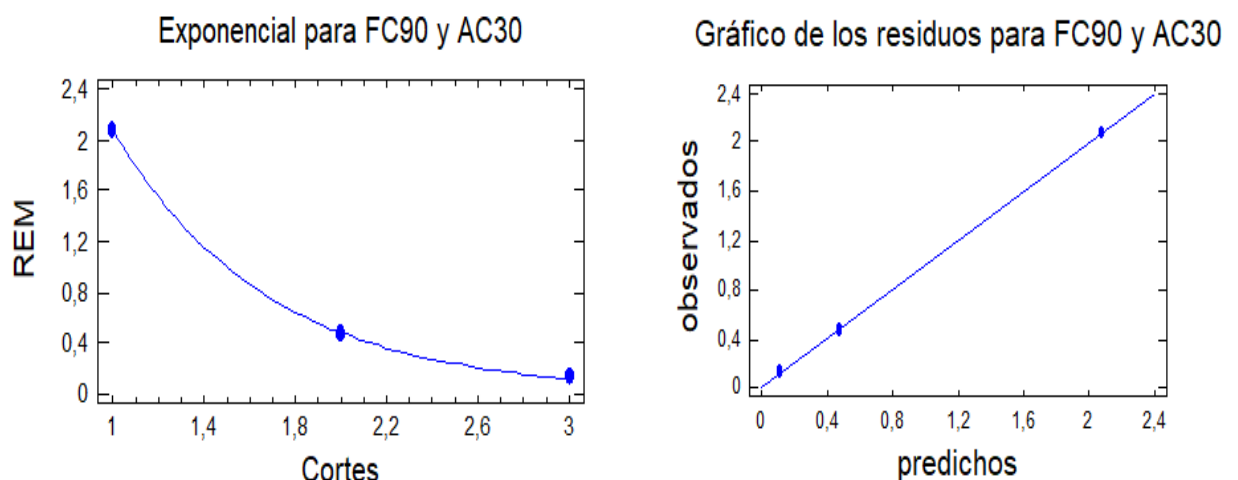


Figura 8. Modelo exponencial ajustado y gráfico de los residuos para el RMS FC90 y AC30 para el período poco lluvioso

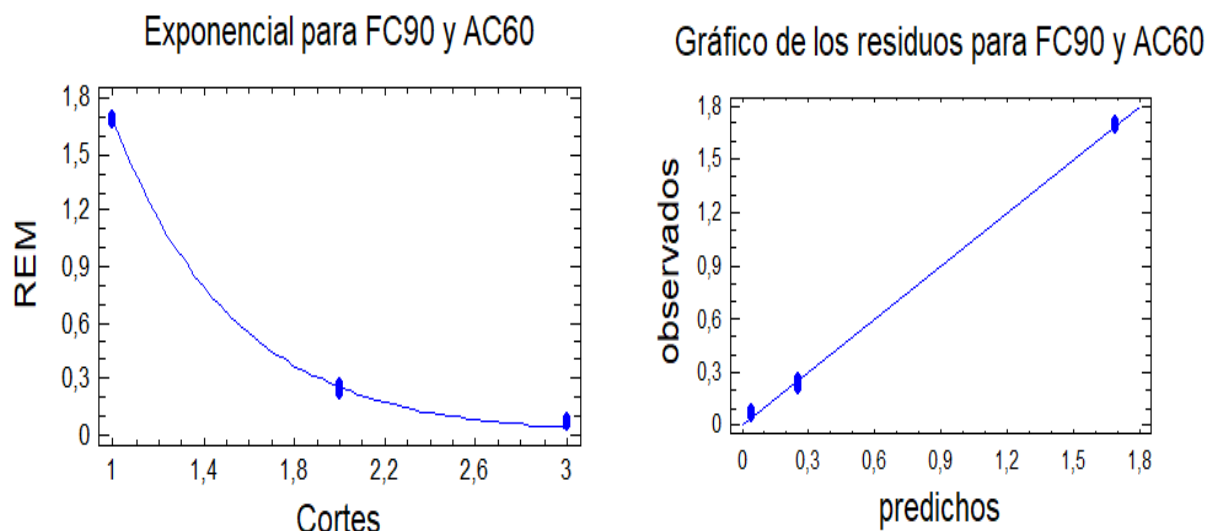


Figura 9. Modelo exponencial ajustado y gráfico de los residuos para el RMS FC90 y AC60 para el período poco lluvioso

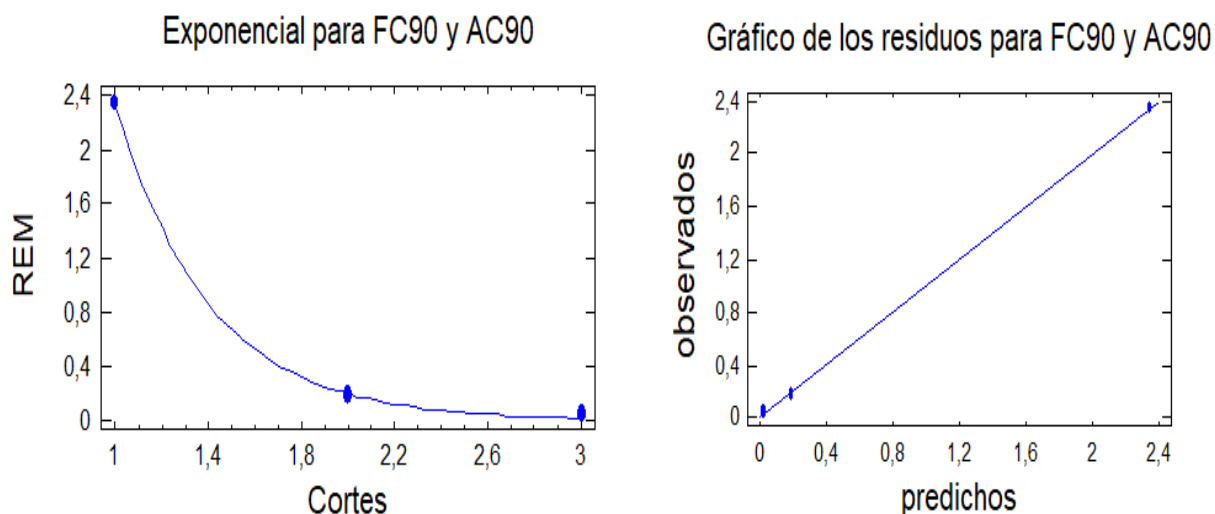


Figura 10. Modelo exponencial ajustado y gráfico de los residuos para el RMS FC60 y AC90 para el período poco lluvioso

A modo de resumen para el análisis de esta frecuencia de corte, se apreció que en todos los casos se selecciona el modelo Exponencial como modelo de mejor ajuste,

el mismo explica para todos los casos un valor superior al 99% de variabilidad. Se observó en todos los casos un decrecimiento de los valores del RMS con el incremento de los cortes en el tiempo, así como valores más bajos del rendimiento que para las frecuencias de corte cada 45 y 60 días. Al igual que en los análisis anteriores, el mayor decrecimiento se obtiene cuando se corta a 30 cm de altura, donde los valores del rendimiento disminuyen de $2,34 \text{ tha}^{-1}$ a $0,06 \text{ tha}^{-1}$ del primer al tercer corte.

Los resultados obtenidos evidenciaron la influencia que tiene el número de cortes en la producción de biomasa de la *Moringa oleifera*. Los valores del rendimiento tienen una disminución acelerada del primer al tercer corte para este período. La caída del RMS fue más drástica cuando se cortó el forraje con frecuencia cada 45 días a una altura de 30 cm.

Esta frecuencia se considera muy elevada para este cultivo, hecho que pudiera deberse al efecto que tiene la frecuencia de corte más severa en el comportamiento del forraje (Padilla *et al.* 2017). Por tal motivo González y Crespo (2016) proponen prolongar los períodos de cosecha, teniendo en cuenta que las plantas necesitan recuperarse del estrés inducido por el corte y reponer las reservas necesarias para el rebrote; pero sin comprometer drásticamente la calidad del forraje cosechado.

Estos resultados coinciden con Ledea *et al.* (2018) al evaluar las frecuencias de corte cada 45 y 60 días sobre el rendimiento forrajero para esta variedad. Por otra parte, Noda *et al.* (2007) refieren que a los 60 días las plantas tienen mayores tiempos de reposo, lo que se traduce en mayor cantidad de fotosíntesis, lo que permite que estas crezcan y se desarrollen más que con 45 días, logrando, por tanto, mayores rendimientos. Sin embargo, González (2016) encontró mejor comportamiento para la producción y calidad de la biomasa a los 90 días en la región occidental de Cuba.

Respecto a la altura de corte, Padilla *et al.* (2014) consideran que las mayores alturas de corte favorecen la mejora del rendimiento y la población de la moringa,

por lo que la altura de 30 cm no se considera adecuada para este cultivo. Ledea *et al.* (2017) informan que para los 30 cm de altura fue mayor la invasión de arvenses, y que el rendimiento no se favoreció significativamente en ninguno de los tratamientos evaluados con esta altura.

Según Cuesta *et al.* (2003) el corte constituye un momento de estrés para la planta y se caracteriza no solo por la supresión momentánea de la capacidad de fijación del dióxido de carbono y la reducción de los tenores de carbohidratos sino también, por la paralización del crecimiento de las raíces, así como la disminución de la actividad respiratoria y la absorción de nutrientes por las raíces; lo que también propicia reducciones en el crecimiento y desarrollo de la planta.

Del Pozo (1998) refiere que esta situación es más crítica cuando el corte se efectúa a bajas alturas, ya que, el crecimiento vegetativo se afecta severamente en la primera fase o etapa de crecimiento, debido a que la planta no dispone de área foliar remanente capaz de efectuar la fotosíntesis activa que le permita la adecuada conversión de energía lumínica en biomasa, por lo que en esta etapa el crecimiento dependerá de las reservas orgánicas de la planta.

Como se apreció en los resultados encontrados, el modelo Exponencial representó de forma adecuada la producción de biomasa de la *Moringa oleifera* en este período, resultado que coincide con los encontrados por Díaz *et al.* (2016) al estimar la producción de biomasa en árboles de aile (*Alnus acuminata*). Resultados similares obtiene Paratori (2009) al evaluar la producción de biomasa en un bosque secundario de roble blanco (*Nothofagus macrocarpa*).

Aproximadamente a los 90 días de iniciado el experimento comenzó el período lluvioso, esto favoreció la invasión de plantas indeseables, especialmente gramíneas invasoras, que disminuyó la capacidad de respuesta y competencia de la *Moringa oleifera* por las diferencias en los hábitos de crecimiento y desarrollo, impidiendo la sostenibilidad de producción de forraje de esta arbórea. Se procede a

analizar este período para conocer el comportamiento de los valores del RMS durante el segundo y tercer muestreo de la investigación.

3.4 Modelación del rendimiento de materia seca de la *Moringa oleifera* con el número de cortes en diferentes frecuencias y alturas de corte para el período lluvioso

Para el análisis de este período no se considera adecuado modelar el comportamiento de la producción de biomasa, ya que solamente se efectuaron dos muestreos y no se obtuvieron suficientes observaciones para realizar la modelación. La pérdida de las plantas en las parcelas experimentales producto a las condiciones explicadas con anterioridad no permitieron continuar con la investigación.

En la tabla 9 se presenta la caracterización de la variable RMS, con el objetivo de analizar el comportamiento del rendimiento para este período. Se observa que los valores promedio del rendimiento son inferiores a los obtenidos en el período poco lluvioso, y decrecen del segundo al tercer corte, además de que aumenta la variabilidad de los datos.

Tabla 9. Estadígrafos por muestreos de la variable RMS para el período lluvioso

Variables	Muestreos	Media	D.E.	Mín.	Máx.
RMS	2,00	1,15	0,22	0,52	1,68
	3,00	0,63	0,38	0,33	1,08

Fuente: Elaboración propia

Ledea *et al.* (2018) plantean que con la llegada de las lluvias, la presencia de plantas invasoras reduce la capacidad de competencia de *Moringa oleifera* y, por ende, disminuyen los rendimientos. Por otra parte, durante las lluvias, las frecuencias de corte establecidas redujeron la capacidad de competencia de este cultivo, provocando la pérdida de plantas y afectándose los rendimientos, sobre todo en el último corte, por lo que, se sugiere la necesidad de estudiar otras frecuencias de corte que posibiliten una producción estable de biomasa y persistencia del cultivo en el tiempo.

La obtención de los modelos para el comportamiento de la producción de biomasa de la *Moringa oleifera* tiene gran importancia práctica. Estos constituyen la base para la estimación de la producción que permite alcanzar esta planta a partir de la utilización de diferentes frecuencias y alturas de corte. Sin embargo, los estudios realizados evidenciaron que someter esta planta a cortes frecuentes produce un efecto negativo en la capacidad de rebrote y producción de forrajes de las plantas (Reyes *et al.* 2006). Estas consideraciones marcan pautas para que se profundice en el análisis de la producción de biomasa de la *Moringa oleifera* bajo los efectos de las frecuencia y altura de corte, así como la época del año.

3.5 Modelación del rendimiento de materia seca de la *Moringa oleifera* con el número de plantas por metros cuadrados

El desconocimiento del momento óptimo para el aprovechamiento de los pastos y forrajes representa una seria amenaza para su persistencia y mantenimiento (Rodríguez, 2015). La evaluación de la producción de biomasa y el momento apropiado para la cosecha, con el uso de modelos matemáticos para analizar el rendimiento puede ayudar a predecir niveles de cosecha de los pastos y forrajes. De esta manera se pueden tomar decisiones para la definición de alternativas de manejo.

En la tabla 10 se presentan los criterios estadísticos para la selección del modelo de mejor bondad de ajuste para el rendimiento de materia seca (RMS) con el número de plantas por metros cuadrados (NP/m²) para el tratamiento que reportó los mejores resultados productivos (FC60 y AC90). Los modelos evaluados explicaron una variabilidad por encima del 95%.

Tabla 10. Estadísticos de ajuste y estimaciones de los parámetros de los modelos del rendimiento de materia seca (RMS) con el número de plantas por metros cuadrados (NP/m²)

Criterios Modelos	R ² (%)	R ² ajust (%)	CME	EE	D.W.	Sign. modelo	Parámetros		
							a	b	c
Lineal	99,5	99,4	0,01	0,07	2,38 P=0,1323	P<0,001	-0,68 ±0,05 P<0,0001	0,42 ±0,01 P<0,0001	
Cuadrático	99,1	99,4	0,01	0,08	2,39 P=0,0698	P<0,001	-0,69 ±0,18 P=0,0047	0,43 ±0,09 P=0,0008	-0,001 ±0,01 P=0,9637
Exponencial	96,6	96,3	0,04	0,19	0,92	P<0,001	0,25 ±0,04 P=0,0002	0,30 ±0,02 P<0,0001	
Gompertz	99,8	99,7	0,003	0,04	2,04	P<0,001	2,93 ±0,09 P<0,0001	9,60 ±1,70 P<0,0001	0,55 ±0,05 P<0,0001

Fuente: Elaboración propia

El modelo de Gompertz mostró mejores resultados con mayor R², R² ajustado, menor CME y EE, así como todos sus parámetros significativos. Resultados similares obtienen Ferrere *et al.* (2014) al estimar la biomasa aérea en árboles y rodales de *Eucalyptus viminalis* en Argentina.

En la figura 11 se muestra el comportamiento del modelo de Gompertz ajustado y el gráfico de los residuos para el tratamiento que mostró el mejor resultado productivo (frecuencia de corte cada 60 días a una altura de 90 cm). Se aprecia que en todos los casos, existen pocas desviaciones de los puntos respecto a la diagonal principal lo que confirma la hipótesis de normalidad de los residuos.

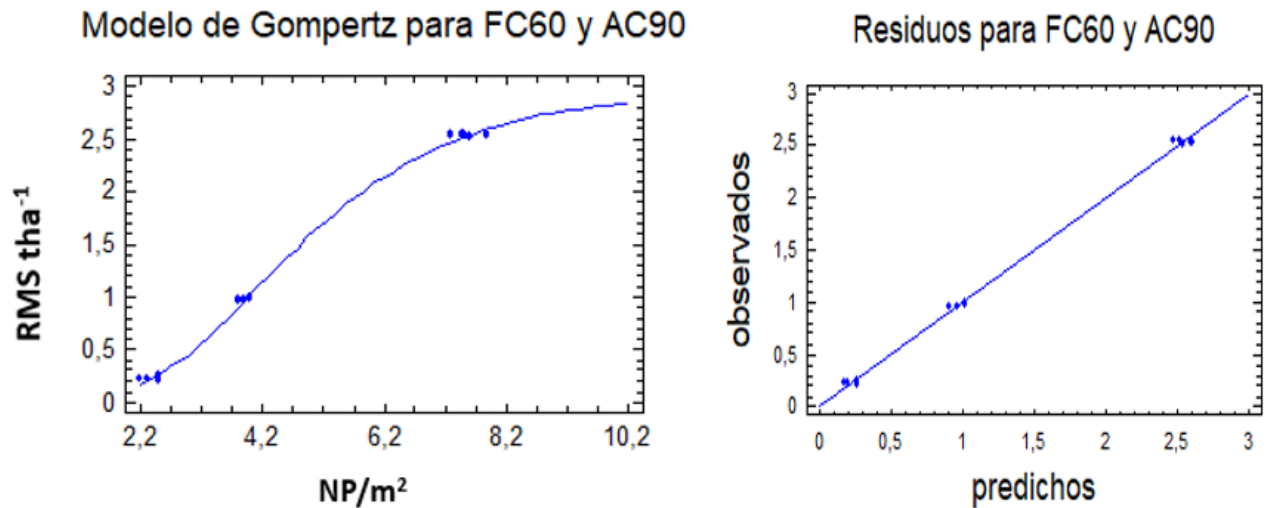


Figura 11. Modelo de Gompertz ajustado y gráfico de los residuos para el rendimiento de materia seca (RMS) con el número de plantas por metros cuadrados (NP/m²)

Se presentan la expresión para el modelo de Gompertz ajustado y sus derivadas de primer y segundo orden:

$$f(x) = 2,93958 e^{-9,60539} e^{-0,551431x}$$

$$f'(x) = 15,57010 e^{-9,60539} e^{-0,551431x} - 0,551431 x$$

$$f''(x) = 82,47030 e^{-9,60539} e^{-0,551431x} - 0,551431 x - 0,551431$$

El gráfico de los valores predichos por el modelo y el de la velocidad del rendimiento sugieren la presencia de un punto de inflexión alrededor de cuatro plantas. Para detectarlo se procede a encontrar el valor de x que anula $f''(x)$, es decir, el número de plantas con el cual se hace máxima la velocidad del rendimiento.

Al calcular el punto de inflexión se obtuvo que la velocidad máxima del RMS se alcanza aproximadamente con cuatro plantas. Por otro lado, el modelo presenta una asíntota horizontal aproximadamente en el valor 2,93; lo cual se verifica con el

cálculo del límite $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$, donde se obtiene como resultado $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2,93$, por ello se estima que el límite del rendimiento es $2,93 \text{ tha}^{-1}$. Cabe señalar que bajo estas condiciones experimentales se logra producir solamente $2,93 \text{ tha}^{-1}$ de RMS. Estos valores estuvieron limitados por el bajo aporte de biomasa de los últimos cortes que incidieron negativamente en los promedios de rendimientos reportados en la investigación. Los mejores resultados prácticos logrados en Cuba, en cuanto a rendimiento y persistencia se han conseguido con siembras de alrededor 11 plantas/m² (Gálvez y Rodríguez, 2014).

En trabajos de Foidl *et al.* (2001) se indica que la *Moringa* posee gran velocidad y capacidad de rebrote, y que el primer corte se debe realizar a los cinco o seis meses después de la siembra. Es importante señalar que el corte de establecimiento se realizó cinco meses después de la siembra, se fertilizó y aplicó riego en el período poco lluvioso, sin embargo las plantas no llegaron a alcanzar todo su potencial. Ello pudo deberse a que la densidad de siembra de 20 semillas por metro lineal al inicio del experimento provocó que en los primeros estadíos las plantas no alcanzaran un desarrollo adecuado como consecuencia de la competencia por un nicho ecológico, que se manifiesta en el predominio de plantas de pobre desarrollo vegetativo y no expresan un comportamiento morfoagronómico como árbol (Padilla *et al.* 2017).

Al existir mayor densidad de siembra, las plantas en su competencia por la luz solar y otros recursos se elongaron en los primeros estadíos, modificando su comportamiento en la medida que la competencia por los recursos naturales disminuyó y esto influyó de diferentes maneras en el desarrollo y crecimiento de las plántulas, comportamiento que tiende a declinar con el tiempo (Rodríguez, 2008). Por otra parte Reyes (2006) y Pérez *et al.* (2010) señalaron que cuando se emplean altas densidades de siembra se crean competencias entre plantas por nutrientes, agua, luz y espacio vital, lo que provoca pérdida de las plántulas, que pueden ir de 20 a 30 % por corte e inciden en la producción de biomasa, en este sentido Padilla *et al.* (2014) en el occidente de Cuba, utilizaron densidades de siembra de 200 000

plantas/hectáreas y evaluaron la altura de corte (10, 20 y 30 cm) en la estructura y rendimiento de MS de esta especie, y obtuvieron que aún para los 30 cm de altura se mantuvo la invasión de arvenses, y que el rendimiento no se favoreció significativamente en ninguno de los tratamientos evaluados, concluyendo que lo que más afecta la productividad del rendimiento es la densidad de siembra con respecto a la altura del corte.

Padilla *et al.* (2017) plantean que la visión de buscar repuesta morfoagronómica en árboles y arbustos con el empleo de altas densidades de siembra, cortos tiempo de reposo y bajas altura de corte no se corresponde con la repuesta fisiológica de estas especies y no sería correcto emplear la misma filosofía que se utiliza para el estudio de los pastos y forrajes de gramíneas tropicales.

Se debe profundizar además en la necesidad de garantizar una protección fitosanitaria en las áreas forrajeras de *Moringa oleifera*, ya que se evidenció la alta incidencia de plagas y enfermedades en estos cultivos. Los resultados de este estudio coinciden con otros realizados en similares condiciones de clima y suelo. Ante esta problemática será importante analizar y valorar la posibilidad de realizar estudios agronómicos de esta especie en otras regiones agroclimáticas de Cuba donde hay evidencias prácticas de que los ataques de plagas y enfermedades no son tan severas como ocurre en la zona centro sur de la región occidental, contrario a lo que sucede en el litoral norte del occidente y en las provincias orientales del país.

Respecto a los modelos utilizados, los resultados en términos de bondad de ajuste para describir el rendimiento y la producción de biomasa son muy variables entre experimentos. Esto hace necesaria su evaluación en diferentes condiciones y con una amplia variedad de cultivos, permitiendo escoger el mejor modelo para cada situación y no la utilización indiscriminada de un único modelo.

En conclusión, no hay un método único para evaluar similitudes o diferencias entre modelos de regresión y para probar cuál de ellos debe ser usado para ajustar de

una forma más adecuada la producción de biomasa. Un gran número de procedimientos están disponibles para este fin, permitiendo escoger el más consistente para las condiciones intrínsecas de cada experimento. No obstante, la selección de un modelo para explicar un conjunto particular de datos no debe estar basada enteramente sobre medidas estadísticas, ya que algunas condiciones de orden biológico, en relación con los parámetros del modelo tienen que ser satisfechas.

Se concluye que los mejores resultados productivos se obtienen al cortar a una frecuencia de 60 días a 90 cm de altura, sin embargo se proponen otros estudios en los que se combinen otras frecuencias y alturas de corte para optimizar la producción de forrajes. Por otra parte, bajo las condiciones del estudio realizado, la población y el rendimiento de materia seca decrecen independiente a los tratamientos empleados al incrementarse el número de cortes en el tiempo, por lo que se recomienda realizar más estudios agronómicos para así tener una opción más viable y rentable de la productividad forrajera de esta planta.

Estas consideraciones marcan pautas para que se profundice en el análisis del rendimiento y la producción de biomasa de la *Moringa oleifera*. Los resultados encontrados condicionan el desarrollo de trabajos futuros relacionados con la producción de biomasa, sea para corte o pastoreo, pues proporcionan datos relacionados con el comportamiento de diferentes componentes de la planta en el tiempo.

CONCLUSIONES

Una vez finalizada la investigación es posible arribar a las siguientes conclusiones:

- Los referentes teóricos y metodológicos relacionados con la modelación matemática y su aplicación a los pastos y forrajes, constituyeron una base para la modelación de la producción de biomasa de la *Moringa oleifera*.
- Al caracterizar las variables se evidenció que con el aumento de los cortes en el tiempo disminuyen el rendimiento de materia seca y el número de plantas.
- Se realizó la modelación de la producción de biomasa de la *Moringa oleifera*, donde el modelo Exponencial fue el de mejor ajuste de acuerdo a los criterios considerados para las condiciones de manejo establecidas, con elevados coeficientes de determinación superiores al 99%.
- El modelo de Gompertz describió la relación entre el rendimiento de materia seca y el número de plantas, se determinó que bajo estas condiciones de estudios se alcanzó un valor óptimo del rendimiento de materia seca de 2,93 tha^{-1} con cuatro plantas por metro cuadrado.

RECOMENDACIONES

Para dar continuidad al trabajo realizado se propone:

- Investigar nuevos modelos para representar el rendimiento de materia seca de la *Moringa oleifera* bajo los efectos de la frecuencia y altura de corte, así como la época del año.
- Realizar controles biológicos en los cultivos de *Moringa* para lograr la persistencia de las plantas en el tiempo.
- Utilizar otras combinaciones de frecuencias y alturas para la estimación del rendimiento de materia seca de la *Moringa oleifera*.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Addiscott, T. M. (1993). *Simulation modelling and soil behavior*. Geoderma.
- Aduriz-Bravo, A. (2012). A "Semantic" View of Scientific Models for Science. Science and Education.
- Agudelo, D.A., Cerón, M.F. y Restrepo, L. F. (2008). *Modelación de funciones de crecimiento aplicadas a la producción animal*. Revista Colombiana de Ciencias Pecuarias. Consultado el 25 de abril de 2018.
- Álvarez, A., Herrera, R.S., Noda, C. y Díaz, L. (2012). *Comportamiento de las precipitaciones en el Instituto de Ciencia Animal en Cuba durante el período 1970-2009, como base para el manejo estratégico de los pastos*. Revista Cubana de Ciencias Agrícolas. 46:301.
- Ambrosano, G. (1990). *Models and simulation and their application to livestock breeding. A review*. Sao Paulo.
- Anon. (1995). *Software estadístico Statgraphics Plus*. Versión 5.1 sobre Windows.
- Antignani, D., Ferriani, A., Tadeu, G., Puntel, M., Teodoro, A., y García, T. (2014). *Acta Sci.* Recuperado el 5 de Noviembre de 2017, de Ciencias Animales: <http://www.scielo.br>
- Araujo T M, N Higuchi, JA de Carvalho Junior. (1999). *Comparison of formula for biomass content determination in a tropical rain forest site in the state of Brazil*. Forest Ecology and Management 117: 43-52.
- Augusto, T., (2009). *Modelo de regresión para estimar el volumen total con corteza de árboles de Pinustaeda L. en el sur de Brasil*. Revista Forestal Mesoamericana Kurú, 6 (16), p. 16-20.
- Balzarini, M., Di Rienzo, J., González, L., y Robledo, C. (2001). *Paquete estadístico INFOSTAT*, versión 2001. Córdoba, Argentina.

- Bamishaiye, E., Olayemi, E., Awagu, E., y Bamshaiye, O. (2011). *Proximate and phytochemical composition of Moringa oleifera leaves at three stages of maturation*. Adv. J. Food Sci. Technol., 3(4).
- Barker, D., Ferraro, F., La Guardia, R., Mark, R., Lopes, F., y Albrecht, K. (2010). *Analysis of Herbage Mass and Herbage Accumulation Rate Using Gompertz Equations*. Agronomy Journal, 102(3).
- Benedetto, A., y Tognetti, J. (2016). *Técnicas de análisis de crecimiento de plantas: su aplicación a cultivos intensivos*. Revisiones, 42(3).
- Bernal, J. (1991). *Pastos y forrajes tropicales: producción y manejo*. 2da Edición. Banco Ganadero, Colombia.
- Bingham, N.H. y Frees, J. M. (2010). *Regression Linear Models in Statistics*. Imperial College. London. United Kingdom. 282 p.
- Bowen, W. (1997). *Experimentos de campo y el arte de los modelos*. Lima, Perú.
- Bravo, J. A. (2010). *Aplicación del método Bootstrap para la estimación de parámetros poblacionales en Parcelas Permanentes de Muestreo y en la modelación Matemática en plantaciones de Pinus cubensis Griseb*. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Forestales, Instituto de Ciencia Animal, La Habana, Cuba.
- Brown, P. y Rothery, P. (1997). *Models in Biology: mathematics, statistics, and computing*. United Kingdom: Chichester.
- Burguillo, F. J. (2005). *Ajuste de ecuaciones a curvas: introducción a la regresión lineal y no lineal*. Recuperado el 23 de abril de 2018, de <http://web.usal.es/>
- Buslenko, N. P. (1988). *Modelación de sistemas complejos*. Moscú, Rusia: Editorial Nauka.
- Buxton, D., y Fales, S. (1994). *Plant environment and quality*. In: G. Fahey, editor, *Forage quality, evaluation, and utilization*. American Society of Agronomy, Madison, WI, USA. P. 155-199.

- Calzada, J.M., Enríquez, J. F., Hernández, A., Ortega, E. y Mendoza, S. I. (2014). *Growth analysis of maralfalfa grass (Pennisetum sp.) in a warm humid climate*. Revista Mexicana de Ciencias Pecuarias. 5(2):247-260.
- Calvo, H., González, A., Pérez, B. (1994). *Manual de Modelos no Lineales en los Ámbitos Agronómico, Ganadero y Forestal*. Ministerio de Agricultura, Pesca y Alimentación. Instituto Nacional de Investigación y Tecnología Agraria y Alimentaria. Madrid, España. P. 110.
- Camejo, M. (2015). *Modelación Física-Matemática de la actividad eléctrica ventricular cardíaca en equinos*. Tesis en opción al grado científico de Máster en Biomatemática. Universidad Agraria de La Habana, Departamento de morfofisiología. Mayabeque.
- Candelaria, B., Rosado, O., López, G., Pérez, P., Martínez, A., y Vargas, L. (2011). *Aplicación de modelos de simulación en el estudio y planificación de la agricultura. Una revisión*. Recuperado el 15 de Abril de 2018, de <http://www.scielo.org.mx>
- Casas, G., Rodríguez, D., y Afanador, G. (2010). *Propiedades matemáticas del modelo de Gompertz y su aplicación al crecimiento de los cerdos*. Revista Colombiana de Ciencias Pecuarias.
- Chacín, F. (1998). *Análisis de regresión y superficie de respuesta*. Cásares. R. Segovia, A. Gaskin. D. Facultad de Agronomía. Universidad Central de Venezuela. Pp.111.
- Challa, H., Heuvelink, E. y Van Meeteren, U., (1995). *Crop growth and development. Long-term responses*. Greenhouse climate control: an integrated approach, pp. 62-84. Wageningen.
- Coquillard, P., y Hill, D. (1997). *Modélisation et simulation d'écosystèmes. Des modèles déterministes aux simulations à événements discrets*. París, Francia: Masson.

- Crespo, G., y Fraga, S. (2006). *Avances en el conocimiento del reciclaje de los nutrientes en sistemas silvopastoriles*. IV Congreso Latinoamericano de Agroforestería para la producción pecuaria sostenible. III Simposio sobre sistemas silvopastoriles para la producción ganadera sostenible., EEPF «Indio Hatuey», Matanzas, Cuba.
- Crespo, G. (2010). *Utilización de residuales de las instalaciones pecuarias para la producción de pastos y forrajes tropicales*. Resúmenes. Congreso 45 Aniversario del Instituto de Suelo y VII Congreso de la Sociedad Cubana de la Ciencia del Suelo. La Habana, Cuba. p. 41.
- Cuesta, P., Barahona, R., Báez, F., Ojeda, H., Mila, A. y León, M. (2003). *Renovación y manejo de praderas y utilización de ensilajes en el trópico alto*. Corporación Colombiana de Investigación Agropecuaria. Bogotá. p. 56.
- Cuevas, R. (2014). *Matemáticas para la toma de decisiones*. Recuperado el 2 de Noviembre de 2017, de <http://www.itescam.edu.mx/principal/sylabus/fpdb/recursos/r76474.pdf>
- Danfaer, A. (1990). *A dynamic model of nutrient digestion and metabolism in lactating dairy cows. Report from Matinal Institute of Animal Science*. Denmark.
- Dey, D., Ghosh, S., y Mallick, B. (2011). *Bayesian modelling in bioinformatics*. . Boca Raton: Chapman & Hall/CRC.
- Del Pozo, P. P. y Herrera, R. S. (1995). *Modelado del crecimiento del pasto estrella (Cynodon nlemfuensis). Modelo multiplicativo con control de la curva de crecimiento y los efectos ambientales*. Revista de Pastos y Forrajes 18(2):171-177.
- Del Pozo, P.P. (1998). *Análisis del crecimiento del pasto estrella (C.nlemfuensis) bajo condiciones de corte y pastoreo*. Tesis en opción al grado de Doctor en Ciencias Agrícolas. ISCAH-ICA, La Habana, Cuba. 105 p.

- Del Pozo, P., y Cossio, N. (2006). *Modelo matemático para predecir el crecimiento y rendimiento de la especie Bougainvillea campanulata Heimerl bajo condiciones de monte natural en Puerto Margarita*. Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias, 15(4), 21-23.
- Díaz, D. (2007). *Evaluación agronómica de nuevas variedades Pennisetum purpureum en condiciones de sequía el Valle del Cauto*. Tesis en opción al Título Académico de Máster en Pastos y Forrajes. Universidad de Matanzas "Camilo Cienfuegos", 84 p.
- Díaz, M., Vázquez, A., Uribe, M., Sánchez, A., y Lara, A. (2016). *Ecuaciones alométricas para estimar biomasa y carbono en aile obtenidas mediante un método no destructivo*. Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas(16), 3235-3249.
- Di Rienzo, J. A. (2011). *Análisis de regresión*. Recuperado el 23 de abril de 2018, de <http://sites.google.com/site/dirienzojulio>
- Di Rienzo, J.A., Balzarini, M., Casanoves, F., González, L., Tablada, M.,Guzmán, W. y Robledo, C.W. (2012). *Software estadístico InfoStat*. Estadística y Biometría. Facultad de Ciencias Agropecuarias. Universidad Nacional de Córdoba. Argentina.
- Domínguez, J., Rodríguez, F.A., Núñez, R., Ramírez, R., Ortega, J.A. y Ruiz, A., (2013). *Adjustment of nonlinear models and estimation of growth parameters in tropicane cattle*. Agrociencias, 47(1), p. 25-34.
- Duncan, D. B. (1955). *Multiple ranges and multiple F. test Biometrics* 11:1
- Eamus, K McGuinness, W Burrows. (2000). *Review of allometric relationships for estimating woody biomasa for Queensland, the northern territory and Western Australia*. National Carbon accounting system. 56 p. (Technical report N° 5).
- Ferrere, P., Lupy, A., y Boca, R. (2014). *Estimación de la biomasa aérea en árboles y rodales de Eucalyptus viminalis Labill*. Quebracho, 22(1-2), p. 100-113.

- Flores, P., López, M., y Ángeles, G. (2011). *Modelos para la estimación y distribución de biomasa de Abies religiosa (Kunth) Schltdl. et. Cham en proceso de declinación*. Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas, 2(8).
- Foid, N., Mayorga, L., y Vázquez, W. (1998). *Utilización del Marango (Moringaoleífera) como forraje fresco para ganado*. Retrieved Junio 25, 2018, from <http://www.moringanews.org/documents/foildspanish.pdf>
- Foidl, N., Makkar, H., y Bekker, K. (2001). *The potential of Moringa oleifera for agricultural and industrial uses*. Proceedings of International Workshop. What development potential for Moringa products?, Dar Es Salaam, Tanzania.
- Fonseca, W; Alice, F; Rey, J. (2009). *Modelos para estimar la biomasa de especies nativas en plantaciones y bosques secundarios en la zona Caribe de Costa Rica*. Revista Bosque Valdivia. 30(1).
- Fortes, D. (2012). *Comportamiento morfofisiológico de Pennisetum purpureum vc. Cuba CT-115 utilizado como banco de biomasa*. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Agrícolas. 102 p.
- Francis JK. (2000). *Estimating biomass and carbon content of saplings in Puerto Rican secondary forests*. Caribbean Journal of Science 36(3-4): 346-350.
- Freund, R., Wilson, W., y Sa, P. (2006). *Regression analysis*. San Diego: Elsevier.
- Friedrich, T. (2014). *Producción de alimentos de origen animal. Actualidad y perspectivas*. Revista Cubana de Ciencias Agrícolas.
- Gallardo, P. C. (2008). Recuperado el 16 de Abril de 2018, de <http://tsq.icme11.org/document/get/838>
- Gálvez, G., Sigarroa, A., López, T., y Fernández, J. (2010). *Modelación de cultivos agrícolas*. Algunos ejemplos. Cultivos tropicales, 31.
- Gálvez J. y Rodríguez O. (2014). *Nuevas investigaciones en Moringa oleifera para determinar las mejores densidades de siembra en la producción de forrajes*. Plan

- Especial 160 MININT. Punta Brava. La Lisa. Encuentro de Moringa, mayo 2014, La Pradera, Habana, Cuba.
- García, C. (1996). *Estabilidad de algunos criterios de selección de modelos*. Recuperado el 15 de Enero de 2018, de <http://dialnet.unirioja.es/>
- García, C., Martínez, R., Tuero, R., Cruz, A., Romero, A., Estanquero, L. (2009). *Evaluación de Panicum máximum vc. Mombaza y modelación de indicadores agronómicos durante tres años en un suelo ferralítico rojo típico de la provincia La Habana*. Revista Cubana de Ciencia Agrícola, 43(2), 297-302.
- Geraldine, F., Simón, L. & Soca, M. (1997). *Efecto de tres alturas de corte en el rendimiento de biomasa de Leucaena leucocephala CV. CNIA-250*, Matanzas, Cuba: s.n.
- Gómez, C., Buitrago, C., Cante, M., y Huertas, B. (1999). *Ecofisiología de papa (Solanum tuberosum) utilizada para cultivo fresco y para la industria*. Revista Comalfi, 1-3(26), 42-55.
- González, C. y Crespo, G. (2016). *Respuesta de Moringa oleifera Lam a estrategias de fertilización en suelo Ferralítico rojo lixiviado*. Pastos y forrajes, 39(3), pp. 106-110.
- Guerra, Caridad W., Cabrera, A. y Fernández, L. (2003). *Criterios para la selección de modelos estadísticos en la investigación científica*. Revista Cubana de Ciencias Agrícolas. 37:3.
- Hair, J., Anseron, R., TATHAM, R., y Black, W. (1995). *Multivariate Data Analysis* (4ta Edición ed.). Englewood Cliffs: Prentice Hall.
- Hernández, A., Pérez, J.M., Bosch, D., Rivero, L., Camacho, E. y Ruíz, J. (1999). *Nueva versión de la clasificación genética de los suelos de Cuba*. Ciudad de la Habana. MINAG. p. 45.
- Hernández, N., Soto, F., y Caballero, A. (2010). *Modelos de simulación de cultivos. Características y usos*. Cultivos Tropicales.

- Herrera, R.S. y Ramos, N. (2006). *Factores que influyen en la producción de biomasa y la calidad*. En: *Pennisetum purpureum* para la ganadería tropical. Instituto de Ciencia Animal. La Habana. Cuba. 79 pp.
- Herrera, R. (2009). *Mejoramiento de Pennisetum purpureum en Cuba*. Revista Cubana de Ciencias Agrícolas.
- Hooker, C. (1994). *Value and system: notes toward the definition of agri-culture*. Journal of Agriculture and Environmental Ethics, 7, 1-84.
- Izaguirre, F. y Martínez, T. (2008). *El uso de árboles multipropósito como alternativa para la producción animal sostenible*. Tecnología en Marcha 21: 2-40. <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4835697>
- Jarquín, H. (2003). *Producción de biomasa de Moringa oleifera bajo diferentes densidades de siembra y frecuencias de corte en el trópico seco de Nicaragua*.
- Jay, O. (2012). *Metodología para la comparación de tratamientos en modelos de regresión no lineal aplicados a procesos biológicos*. Tesis presentada en opción al título de Doctor en Ciencias Veterinarias. Instituto de Ciencia Animal.
- Jyothi, P.V. (1990). *Pollination ecology of Moringa oleifera (Moringaceae)*. Proceedings of the Indian Academy of Sciences (Plant Sciences). 100:33.
- Jones, W., Makowsky, D., y Wallach, D. (2006). *Working with Dynamic Crop Models: evaluation, analysis, parameterization and applications*. Amsterdam, Holanda: Elsevier.
- Karadavut, U. (2009). *Non-linear models for growth curves of triticales plants under irrigation conditions*.
- Kiviste, A. J., G., Álvarez, A., Rojo, A., Ruíz, D. (2002). *Funciones de crecimiento de aplicación en el ámbito forestal*. Ministerio de Ciencia y Tecnología. Instituto de Investigaciones y Tecnología Agraria y Alimentaria. Madrid. 190 p.

- Krishna, V. (2005). *Crop growth modeling and its applications in agricultural meteorology. Satellite Remote Sensing and GIS Applications in Agricultural Meteorology*.
- Kuei Lin, L. (2000). *A Note on the Concordance Correlation Coefficient*. *Biometrics*. 56: 324-325.
- Kru, G. (1997). *Enviromental Influences on Development Growth and Yield*. (Vol. The physiology of vegetable crops.). (C. Publishing, Ed.) London: Wien, H.C.
- Ledea, J., Rossell, G. y Benítez, D. (2018). *Rendimiento forrajero y sus componentes según la frecuencia de corte de Moringa oleifera, variedad Criolla, Costa Rica*.
- León-Velarde, C. y Barrera, V. (2003). *Métodos biomatemáticos para el análisis de sistemas agropecuarios en el Ecuador*. Quito, Ecuador: INIAP y CIP.
- López, J. (2014). *Evaluación de tres densidades de cultivo de Moringa oleifera, en el suroccidente de Guatemala*. Trabajo presentado a la Facultad de Ciencias Ambientales y Agrícolas, Universidad Rafael Landívar, Guatemala.
- López, J.L. (2016). *Modelación y simulación del rendimiento del pasto estrella (C.nlemfuensis) bajo diferentes condiciones de manejo y escenarios climáticos*. Tesis presentada en opción al título de Máster en Biomatemática, Universidad Agraria de La Habana.
- Madden, L. (1890). *Quantification of disease progression*. Recuperado el 5 de Febrero de 2018, de <https://www.msu.edu/user/staatz/Staatz-Quantification.pdf>
- Martin, T. (2007). *Un repaso por las características de la Moringa oleifera*. Recuperado el 20 de abril de 2018, de <http://www.ergomix.com>
- Martínez, R.O. (2007). *Características de los clones de hierba elefante Cuba CT-115, Cuba CT-169 y Cuba OM-22 (Pennisetum sp.) liberados por el Instituto de Ciencia Animal*. Eds. M.F. Díaz, R.S. Herrera, T. Ruíz. Cuba. 208 pp.

- Martínez, R. O., Tuero, R., Torres, Verena y Herrera. R. S. (2010). *Modelos de acumulación de biomasa y calidad en las variedades de hierba elefante, Cuba CT-169, OM-22 y king grass durante la estación lluviosa en el occidente de Cuba*. Revista Cubana de Ciencias Agrícolas. 44: 189.
- Menchaca, M. A. (1978). *Modelo multiplicativo con efectos de curva de lactancia controlados para el análisis estadístico de experimentos con vacas lecheras*. Instituto de Ciencia Animal, La Habana, Cuba.
- Montero, M. (2005). *Modelos alométricos para la estimación de biomasa en diez especies nativas en plantaciones en la región Atlántica de Costa Rica*. Recursos Naturales y Ambiente. Número 45. Centro Agronómico Tropical de Investigación y enseñanza (CATIE). 112-119 p.
- Morton, J.F. (1991). *The horseradish tree, Moringa pterigosperma (Moringaceae). A boon to arid lands?* Economic Botany. 45 (3):318.
- Neylon, J.M. y L. Kung. (2003). *Effects of cutting height and maturity on the nutritive value of corn silage for lactating cows*. J. Dairy Sci. 86:2163-2169.
- Nobre, P., Misztal, R., Tsuruta, S., y Bertrand, J. (2003). *Analysis of growth curves of cattle by multiple-trait and random regression models*. Journal of Animal Sciences.
- Noda, Y., G. Martín, y R. Machado. (2007). *Rendimiento y calidad bromatológica de Morus alba cosechada a diferentes alturas y frecuencias de defoliación*. Rev. Cub. Cienc. Agríc. 41:363-369.
- Noguera, R., Pereira, R., y Solarte, C. (2008). *Comparison of non-lineal models to describe growth curves in guinea pigs (Cavia Porcellus) from birth to slaughter age*. Livestock Research for Rural Development.
- Ortiz, R. J. (2000). *Modelación y simulación matemática del reciclaje de N, P y K en sistemas de pastoreo vacuno*. Tesis de Doctorado, Instituto de Ciencia Animal, La Habana, Cuba.

- Ortiz, E. (2008). *Crecimiento y Rendimiento Forestal. Folleto de apoyo académico*. Instituto Tecnológico de Costa Rica 89 p.
- Padilla, C., Fraga, N., Scull, I., Tuero, R., y Sarduy, L. (2014). *Efecto de la altura de corte en indicadores de la producción de forraje de Moringa oleifera vc. Plain*. Revista Cubana de Ciencia Agrícola, 48(4).
- Padilla, C., Valenciaga, N., Crespo, G., y González, D. (2017). *Requerimientos agronómicos de Moringa oleifera (Lam.) en sistemas ganaderos*.
- Padilla, C., Valenciaga, N., Crespo, G., y González, D. (2018). *Requerimientos agronómicos de Moringa oleifera (Lam.) en sistemas ganaderos*. V Congreso Internacional de Producción Animal Tropical 2018, Instituto de Ciencia Animal.
- Paratori, M., (2009). *Evaluación de la producción y productividad en biomasa aérea en un bosque secundario de Nothofagus macrocarpa*, Santiago de Chile.
- Parrotta, J. (2000). *Bioecología de Arbóreas Nativos y Exóticos de Puerto Rico y las Indias Occidentales*. (Capítulo Moringa oleifera). Puerto Rico.
- Patrick, J. W. (1988). *Assimilate partitioning in relation to crop productivity*. Hort science, v (23).
- P.C.C;. (2011). *Lineamientos de la política económica y social del Partido y la Revolución*. Partido Comunista de Cuba, La Habana.
- Pérez, A., Sánchez, T., Armengol, N., y Reyes, F. (2010). *Características y potencialidades de Moringa oleifera, Lamark. Una alternativa para la alimentación animal*. Pastos y Forrajes, 33(4).
- Pérez, C. (2012). *Moringa oleifera Lam., especie forestal de usos múltiples*. Trabajo de fin de carrera. Revisión bibliográfica, E.U.I.T. Forestal (U.P.M.), Madrid.
- Petit, J., F. Casanova, y F. Solorio. (2010). *Rendimiento de forraje de Leucaena leucocephala, Guazuma ulmifolia y Moringa oleifera asociadas y en monocultivo en un banco de forraje*. Rev. Forest. Venezolana 54:161-167.

- Posada, S., Ramírez, J.F. y Rosero, R. (2014). *Producción de metano y digestibilidad de mezclas kikuyo (Pennisetum clandestinum)-papa (Solanum tuberosum)*. Agronomía Mesoamericana, 25 (1), p.141-150.
- Ramírez, J., Verdecia, D., y Leonard, I. (2008). *Rendimiento y caracterización química del Pennisetum Cuba CT 169 en un suelo pluvisol*. Revista Electrónica de Veterinaria.
- Ramírez, J.L. (2010). *Rendimiento y calidad de cinco gramíneas en el Valle del Cauto*. Tesis presentada en opción al título de Doctor en Ciencias Veterinarias, Instituto de Ciencia Animal, La Habana, Cuba, 121p.
- Ramos, N.E. (1983). *Contribución al estudio de especies y variedades del género Cynodon para la producción de forraje*. Tesis presentada en opción al grado de candidato a doctor en ciencias agrícolas. Instituto Superior de Ciencias Agropecuarias de la Habana.196p.
- Ramos, N., Herrera, R.S., Schalitz, G. y Curbelo. F. (1995). *Estudio del rendimiento y calidad de gramíneas templadas evaluadas en Cuba*. Revista Cubana de Ciencias Agrícolas. 29:109.
- Ramos, O., Castillo, J., y Sandóval, J. (2015). *Efecto de intervalos y alturas de corte en la productividad forrajera de Moringa oleifera*. Revista Bio Ciencias.
- Reyes, N. (2006). *Moringa oleifera and Cratylia argentea: Potential fodder species for ruminants in Nicaragua*. Faculty of Veterinary Medicine and Animal Science Department of Animal Nutrition and Management. Doctoral thesis. Swedish University of Agricultural Sciences. Uppsala.
- Reyes S., Ledin, S. y Ledin, I. (2006). *Biomass production and chemical composition of Moringa oleifera under different management regimes in Nicaragua*. Agroforestry Systems.
- Ribeiro, A. (2005). *Curvas de crescimento em Produção Animal*. Revista brasileira de Zootecnia.

- Rodríguez, J. y Steegmann, C. (2012). *Modelos matemáticos*.
- Rodríguez, J., Gutiérrez, E., y Rodríguez, H. (2010). *Dinámica de sistemas de pastoreo*. México: Editorial Trillas.
- Rodríguez, L., Torres, V., Martínez, R.O., Jay, O., Noda, C. y Herrera, M. (2011). *Modelos para estimar la dinámica de crecimiento de (Pennisetum purpureum) vc. Cuba CT-169*. Revista Cubana de Ciencias Agrícolas. 45:349.
- Rodríguez, L. Larduet, R., Martínez, R.O., Torres, V., Herrera, M., Medina, Y. y Noda, C. (2013). *Modelación de la dinámica de acumulación de biomasa en Pennisetum purpureum cv. King grass en el occidente de Cuba*. Revista Cubana de Ciencias Agrícolas. 47:119
- Rodríguez, L. (2015). *Modelación y simulación de la producción de biomasa de Pennisetum Purpureum Schum vc. king grass y su aplicación en la alimentación animal*. Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Veterinarias, Instituto de Ciencia Animal.
- Roloff, A., Weisgerber, H., Lang, U., y Stimm, B. (2009). *Enzyklopädie der Holzgewächse, Handbuch und Atlas der Dendrologie*. Alemania: WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA.
- Ruíz, T., Torres, V., Febles, G., Díaz, H., Sarduy, L. y González, J. (2012). *Utilización de la modelación para estudiar el crecimiento de Tithonia diversifolia colecta 10*. Revista Cubana de Ciencias Agrícolas.
- Rügnitz T. M., M. C. León y R. Porro. (2009). Guía para la determinación de carbono en pequeñas propiedades rurales. Manual técnico 11, Centro Mundial Agroforestal (ICRAF)/ Consorcio Iniciativa Amazónica (IA). Lima, Perú.
- Rykov, V., Balakrishnan, N., y Nikulin, M. (2010). *Mathematical and Statistical Models and Methods in Reliability*. London: Springer New York Dordrecht Heidelberg.

- Salett, M. y Hein, N. (1999). *Modelación matemática: Estrategia para enseñar y aprender matemáticas*. Educación matemática, 11(1), 119-134.
- Santana, A.A., Pérez, A. y Figueredo, M. (2010). *Efectos del estado de madurez en el valor nutritivo y momento óptimo de corte del forraje napier (Pennisetum purpureum Schum.) en época lluviosa*. Revista Mexicana de Ciencias Pecuarias. 1(3): 277
- SAS. (2007) *Statistical Analysis System. User's guide statistics*. SAS Institute Inc. Cary. NC. USA.
- Segura M, M Kanninen, D Suárez. (2006). *Allometric models for estimating aboveground biomass of shade trees and coffee bushes grown together*. Agroforest Systems 68:143-150.
- Shapiro, S. y Wilk, B. (1965). *An analysis of variance test for normality (complete samples)*, Biometrika, 52 (2) 591-611.
- Sheaffer, C., P. Seguin, y G. Cuomo. (1998). *Sward characteristics and management effects on cool-season grass forage quality*. Editorial J. Cherney y D. Cherney. Grass for dairy cattle. Segunda Edición. CABI Publishing, Oxon, Inglaterra.
- Sokolowski, J. (2010). *Modeling and simulation fundamentals: theoretical underpinnings and practical domains*. United States of America: Edited by John A. Sokolowski, Catherine M. Banks.
- SPSS. (2010). Versión 19.0 for Windows. *Statistical Package for the Social Sciences*. IBM.
- StatSoft. Inc. (2003). *STATISTICA (data analysis software system)*. Version 6. www.statsoft.com.
- Timothy, C.E., Marthews, T.R., Vogt, Deborah R., Purves, D., Rees, M., Hector, A., y Turnbull, Lindsay A. (2012). *How to fit nonlinear plant growth models and*

- calculate growth rates: an update for ecologists*. Methods in Ecology and Evolution. 3: 245-256.
- Thornley, J. y France, J. (2007). *Mathematical Models in Agriculture. Quantitative Methods for the Plant. Animal and Ecological sciences*. (Second Edition ed.). Trowbridge: Cromwell Press.
- Torres, V. (1995). *Contribución a la modelación de un área de pastoreo*. Seminario Científico Internacional XXX Aniversario del Instituto de Ciencia Animal, Instituto de Ciencia Animal, La Habana, Cuba.
- Torres, V., Lazo. J., Ruiz, T.E. y Noda. A. (1999). *Empleo de la modelación matemática en el estudio del pasto C. nlemfuensis*. Revista Cubana de Ciencias Agrícolas. 33:363.
- Torres, V. y Ortiz, J. (2005). *Aplicaciones de la modelación y simulación en la producción y alimentación de animales de granja*. Revista Cubana Cienc. Agríc., 39:397.
- Torres, V., Sampaio, I., Meyer, R., Noda, A., y Sarduy, L. (2012). *Criterios de bondad de ajuste en la selección de modelos no lineales en la descripción de comportamientos biológicos*. Revista Cubana de Ciencias Agrícolas. 43:113.
- Torres, V. y Cobo, R. (2015). *La Matemática Aplicada en las investigaciones del Instituto de Ciencia Animal, cincuenta años de experiencia*. Revista Cubana de Ciencia Agrícola, 49(2).
- Valdez L. (2000). *Ecuaciones para estimar volumen comercial y total en rodales aclareados de Pinus patula en puebla, México*. Colegio postgraduado. Agrociencias. Montecillo, México. 34(6) pp: 747-758.
- Valdés, O., Palacios, O., Ruíz, R., y Pérez, A. (2014). *Potencial de la asociación Moringa y Ricinus en el subtrópico veracruzano*. Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas(9).

-
- Vázquez, Y. (2012). *Modelación Estadístico-Matemática con variables mixtas para el estudio de la sostenibilidad social en una empresa ganadera bovina*. Tesis, Universidad Agraria de la Habana, La Habana, Cuba.
- Vela, J. y Vargas, M. (2009). *Caracterización de la dinámica de producción de materia seca del kikuyu (*Pennisetum clandestinum*) asociado con árboles y en pastoreo para producción de leche en el trópico alto colombiano*.
- Wand, Y., Monarchi, D. F., Parsons, J., y Woo, C. C. (1995). *Theoretical foundations for conceptual modelling in information system development*.
- Whisler, F., Acock, B., Baker, D., Fye, R., Hodges, H., Lambert, J., y Lemmon, H. (1986). *Crop simulation models in agronomic systems*. *Advances in Agronomy*, 40, 141-208.
- Winsor, C. (1932). *The Gompertz Curve as a Growth Curve*. U.S.A.: Proc. Natl.Acad. Sci.
- Wu, Z. y G. Roth. (2005). *Considerations in managing cutting height of corn silage*. The Pennsylvania State University.